Вестник МГТУ, том 8, №1, 2005 г. стр.177-178

Метод расчета функции распределения электронов проводимости по энергии при стационарной ионизации газа

Н.Н. Морозов, В.С. Гнатюк
Мурманский государственный педагогический университет, кафедра физики

Аннотация. Для расчета многих интегралов, описывающих состояние ионизированного газа, необходимо иметь функцию распределения электронов по энергии, которая существенно отличается от равновесной при стационарном действии источника ионизирующего излучения. В работе найдена функция распределения электронов по энергии решением уравнения баланса электронов в малом диапазоне энергий. Решение найдено использованием Фурье-образов функции распределения и функции источника. Также найдено более удобное приближенное уравнение баланса.

Abstract. In order to calculate many integrals characterizing the ionized gas state it is necessary to have the function of energy distribution of conduction electrons. It appreciably differs from equilibrium when the source of the ionized radiation has a stationary character. The function of electron energy distribution has been found by solving the electrons' balance equation in a minor energy range. The solution has been found by using Fourier-images of the distribution function and source function. The more convenient approximate balance equation has been found as well.

1. Введение

В ряде прикладных экспериментов, проводимых в зоне ионизации мощных источников излучения, возникает вопрос о шунтирующем действии ионизированного газа.

Воздействие на газ любого ионизирующего излучения сводится к образованию в нем вторичных электронов. Вторичные электроны рождают в газе лавины электронов. Рожденные на последних стадиях лавин электроны с энергией меньше потенциала ионизации будут определять электрофизические характеристики газа.

Проводимость и диэлектрическая проницаемость электронной компоненты являются интегралами функции распределения электронов по энергии (*Гинзбург*, 1967). Электроны проводимости, обладая энергией меньше потенциала ионизации, тем не менее, значительное время остаются равновесными.

2. Основная часть

При расчете функции распределения предполагается, что электрон движется непрерывно в фазовом пространстве энергий.

Пусть $f(\varepsilon)$ – функция распределения электронов по энергии, т.е. количество электронов в диапазоне энергий от ε до $\varepsilon + d\varepsilon$ равно $f(\varepsilon)d\varepsilon$.

Пусть в единице объема газа в единицу времени рождается $q(\varepsilon)d\varepsilon$ электронов с энергией от ε до $\varepsilon + d\varepsilon$.

Обозначим через $\gamma(\varepsilon)$ частоту исчезновения электронов в процессах рекомбинации или прилипания их к нейтральным молекулам, а через $\nu(\varepsilon)$ – частоту соударений электронов с нейтральной компонентой. Из энергетического интервала $(\varepsilon,\varepsilon + d\varepsilon)$ электроны уходят за счет исчезновения и потерь энергии при столкновении, а появляются в нем при потере энергии более высокоэнергетическими электронами из интервала энергии $(\varepsilon',\varepsilon' + d\varepsilon')$, отстоящего от ε на величину средней энергии потерь при одном соударении электрона с тяжелой компонентой $\Delta(\varepsilon')$.

В квазистационарном случае будет наблюдаться баланс электронов, приходящих и уходящих из диапазона энергий от ε до $\varepsilon + d\varepsilon$, что отражается в уравнении баланса:

$$[\gamma(\varepsilon) + \nu(\varepsilon)]\cdot f(\varepsilon)d\varepsilon = q(\varepsilon)d\varepsilon + \nu(\varepsilon')f(\varepsilon')d\varepsilon'. \qquad (1)$$

При этом энергии ε и ε' связаны очевидным соотношением:

$$\varepsilon = \varepsilon' - \Delta(\varepsilon'),\ d\varepsilon = [1 - d\Delta(\varepsilon')/d\varepsilon']d\varepsilon'.$$

Пусть параметры γ, ν и Δ для простоты будут постоянными или малоизменяющимися функциями энергии, тогда уравнение (1) запишется в виде:

$$(\gamma + \nu)f(\varepsilon - \Delta)d\varepsilon = q(\varepsilon - \Delta)d\varepsilon + \nu f(\varepsilon)d\varepsilon. \qquad (2)$$

Введем в рассмотрение Фурье-образы функций f и q:

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(\varepsilon)\, e^{i\omega\varepsilon} d\varepsilon, \qquad Q(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} q(\varepsilon)\, e^{i\omega\varepsilon} d\varepsilon. \tag{3}$$

Для образов F и Q из уравнения (2) получим соотношение:

$$(\gamma + \nu)F(\omega) = Q(\omega) + \nu F(\omega)\, e^{-i\omega\Delta}.$$

Откуда следует

$$F(\omega) = [Q(\omega)/(\gamma + \nu)]\cdot\{1 + [\nu/(\gamma + \nu)]e^{-i\omega\Delta} + [\nu/(\gamma + \nu)]^2 e^{-2i\omega\Delta} + \ldots\}.$$

Обращая образы $F(\omega)$ и $Q(\omega)$, получим

$$f(\varepsilon) = [1/(\gamma + \nu)]\cdot\{q(\varepsilon) + [\nu/(\gamma + \nu)]q(\varepsilon + \Delta) + [\nu/(\gamma + \nu)]^2 q(\varepsilon + 2\Delta) + \ldots\}. \tag{4}$$

Решение (4) для функции распределения $f(\varepsilon)$ имеет простой физический смысл. Первый член ряда соответствует вкладу в функцию распределения тех электронов, которые рождаются непосредственно с энергией ε. Второй член соответствует вкладу электронов, которые рождаются с энергией $\varepsilon + \Delta$, причем коэффициент $\nu/(\gamma + \nu)$ отражает убыль электронов в процессах рекомбинации и прилипания при сбросе энергии от $\varepsilon + \Delta$ до ε. Таким образом, второй член ряда (4) дает вклад в функцию распределения однократно рассеянных электронов. Аналогично интерпретируются последующие члены ряда.

Такая интерпретация смысла членов в ряде (4) позволяет непосредственно обобщить решение уравнения (2) на случай переменных γ и ν. Для этого достаточно заметить, что каждый сомножитель вида $(\gamma/\gamma + \nu)^k$ в ряде (4) отражает убыль электронов в точках $\varepsilon + \Delta$, $\varepsilon + 2\Delta$, …, $\varepsilon + k\Delta$ на энергетической оси. Поэтому при переменных γ и ν он должен быть заменен

$$\{\nu(\varepsilon + \Delta)/[\gamma(\varepsilon + \Delta) + \nu(\varepsilon + \Delta)]\}\cdot\{\nu(\varepsilon + 2\Delta)/[\gamma(\varepsilon + 2\Delta) + \nu(\varepsilon + 2\Delta)]\}\cdot\ldots$$
$$\ldots\cdot\{\nu(\varepsilon + k\Delta)/[\gamma(\varepsilon + k\Delta) + \nu(\varepsilon + k\Delta)]\}.$$

Следовательно, в случае непостоянных γ и ν ряд (4) должен быть заменен

$$f(\varepsilon) = [1/\nu(\varepsilon)]\cdot\sum_{k=0}^{\infty} q(\varepsilon + k\Delta)\cdot\prod_{l=0}^{k} \{\nu(\varepsilon + l\Delta)/[\nu(\varepsilon + l\Delta) + \gamma(\varepsilon + l\Delta)]\}. \tag{5}$$

Решение (5) уравнения (1) не всегда удобно. Так, в случае сложной зависимости величины Δ от энергии возникают значительные трудности при расчете.

Представляет интерес получение приближенного, но более удобного решения уравнения (1). Такое решение можно получить, предполагая малость величины $\Delta(\varepsilon)$. В случае воздуха, например, такое условие соблюдается при соударении электронов с молекулами ввиду большой разности масс соударяющихся частиц. Разностное уравнение (1) можно приближенно заменить дифференциальным, которое приводится к виду:

$$d[(\gamma + \nu)f\Delta]/d\varepsilon - \lambda f = -q - d(\Delta q)/d\varepsilon.$$

Решая это уравнение с условием $f(\varepsilon) \to 0$ при $\varepsilon \to \infty$, получим

$$f(\varepsilon) = [1/(\gamma + \nu)]\cdot\{q + [1/\Delta]\int_{\varepsilon}^{\infty} q[\nu/(\gamma + \nu)]\cdot\exp[-\int_{\varepsilon}^{\varepsilon'}[\gamma/(\gamma + \nu)]\cdot(d\varepsilon''/\Delta)]d\varepsilon'\}.$$

Здесь первое слагаемое в фигурных скобках связано с прямым рождением электронов с энергией ε, второе – с вкладом электронов, рожденных с энергией $\varepsilon' > \varepsilon$ и постепенно теряющих энергию в соударениях.

3. Заключение

Получено выражение для функции распределения электронов по энергии, которое может быть использовано для расчета интегральных характеристик ионизированных излучением газов. Например, для расчета проводимости, подвижности, диэлектрической проницаемости, коэффициента затухания, показателя преломления в достаточно плотных ионизированных газах. Эти сведения особенно актуальны при исследованиях, проводимых в зоне ионизации мощных ускорителей и других радиационных установок. Могут также представлять интерес при исследовании радиосигналов из зоны ионизации мощных источников излучений.

Литература

Гинзбург В.Л. Распространение электромагнитных волн в плазме. *М., Наука*, 75 с., 1967.