

## Применение методов планирования активного эксперимента для идентификации судового комплекса

В.С. Солодов<sup>1</sup>, Ю.И. Юдин<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Политехнический факультет МГТУ, кафедра автоматике и вычислительной техники

<sup>2</sup>Судоводительский факультет МА МГТУ, кафедра судовождения

**Аннотация.** В статье рассмотрены статистические методы идентификации судового комплекса (СК) как объекта управления. Дана сравнительная характеристика активного и пассивного экспериментов при построении математической модели СК по экспериментальным данным. Рассмотрены требования, предъявляемые к факторам и их совокупности при проведении активного эксперимента. В данном случае под судовым комплексом подразумевается совокупность следующих объектов: судно, двигатель, движитель, руль, средства активного управления.

**Abstract.** The statistical methods of the vessel complex (VC) identification as a management object have been considered in the paper. The comparative characteristic of the active and passive experiments when producing the VC mathematical model using the experimental data has been given. The demands to the factors and their aggregate for the active experiment have been given as well. The vessel complex in this case has been understood as an aggregate of the following objects: vessel, engine, mover, rudder and means of active management.

### 1. Введение

В процессе разработки и эксплуатации судовых систем управления (СУ) целесообразно пользоваться инженерными методами анализа СУ, предусматривающими теоретическое и экспериментальное исследования отдельно судового комплекса (СК) и автоматического управляющего им устройства, а затем СУ в целом с учетом реальных условий эксплуатации.

Наиболее общим и распространенным методом исследования СУ является математическое моделирование, под которым понимают составление математической модели СК (математического описания) и изучение на этой модели процессов, происходящих в моделируемой системе.

Методы построения математических моделей СК как объекта автоматизации можно условно разделить на теоретические и экспериментальные (эмпирические).

Теоретические методы основаны на теоретическом анализе объекта управления (ОУ), в нашем случае – СК, с применением закона сохранения энергии (вещества) с целью получения дифференциальных уравнений и передаточных функций объекта, расчётных формул для определения их коэффициентов. Справедливость полученных уравнений их основных параметров определяется экспериментальным путем.

Достоинством теоретических методов является возможность получения математического описания объекта в широком диапазоне изменения его параметров. Математическая модель СК, полученная теоретическими методами, достаточно полно отражает физические процессы, протекающие в ОУ, связь между технологическими и конструктивными параметрами.

В то же время использование теоретических методов требует полной информации о характере процессов, происходящих как внутри, так и вокруг объекта. Поэтому эти методы целесообразно применять для построения математических моделей объектов, процессы в которых хорошо изучены.

Ввиду недостаточной изученности характеристик СК, сложности описания взаимодействия судна и среды, в которой оно осуществляет движение, широкое распространение получили экспериментальные методы построения математических моделей, позволяющие получить простые по виду описания объектов.

Экспериментальные методы основаны на сопоставлении данных о входных и выходных сигналах изучаемого объекта. Задачей экспериментальных методов является количественная оценка характеристик конкретных ОУ и проверка соответствия модели реальному объекту.

Процедуру построения оптимальной в определенном смысле математической модели объекта управления по реализациям его входных и выходных сигналов называют идентификацией ОУ.

Наиболее эффективным подходом к анализу и математическому описанию ОУ является сочетание теоретических и экспериментальных методов исследования.

## 2. Сравнительный анализ пассивного и активного эксперимента

Экспериментальные методы описания ОУ делятся на пассивные и активные.

В тех случаях, когда по условиям технологического процесса нельзя нарушать режим путем подачи на вход объекта сигналов определенной величины для определения его характеристик, используют метод пассивного эксперимента. Он сводится к регистрации большого числа случайных изменений входных величин  $x(t)$  и соответствующих им изменений выходной величины  $y(t)$ . Для обработки результатов наблюдений используют аппарат корреляционного и регрессионного анализов.

Задачей корреляционного анализа является нахождение линии регрессии по результатам конечного числа наблюдений. Процесс нахождения линии регрессии сводится к расчету параметров ее уравнения способом наименьших квадратов. Если исследуется зависимость  $y$  от нескольких параметров  $x$ , то рассматривается не линия, а плоскость или гиперплоскость регрессии:

$$\hat{y}_i = b_0 + b_1x_1 + b_2x_2 + \dots + b_kx_k.$$

Важно уяснить, что методы корреляционного анализа могут применяться для получения только линейной модели объектов.

В отличие от пассивного эксперимента, активный эксперимент предполагает целенаправленное воздействие на объект с целью получения математического описания объекта. При этом большое внимание уделяется планированию эксперимента.

Цель планирования эксперимента – выбор числа и условий проведения опытов, при котором удастся получить наибольшую информацию – надежную и достоверную – с наименьшими затратами труда и представить эту информацию в компактной и удобной для использования форме с количественной оценкой ее точности.

Наиболее очевидными преимуществами активного эксперимента являются возможности: применять целесообразно составленные планы, оценки дисперсии, строго проверить адекватность модели и применять необходимые меры для выполнения условий, необходимых для применения метода множественного регрессивного анализа, используемого для обработки результатов экспериментов.

Статистический анализ характеристик экспериментальных моделей показывает, что точность модели существенным образом зависит от выбора условий проведения эксперимента, т.е. является функцией плана эксперимента. Это означает, что с помощью планирования эксперимента требуемая точность может быть достигнута при минимальном числе опытов, меньших затратах времени, средств на их проведение и обработку результатов.

## 3. Требования к факторам, предъявляемые активным экспериментом

При использовании методов планирования активного эксперимента (МПАЭ) для построения математических моделей объектов управления предъявляются следующие требования к варьируемым (входным) параметрам.

Входные параметры должны быть управляемыми. Это значит, что экспериментатор, выбрав нужное значение параметра, может поддерживать его постоянным в течение всего опыта, т. е. может управлять фактором.

Другим необходимым условием проведения эксперимента с использованием МПАЭ является измеримость фактора, т.е. возможность определения величины фактора в каждом опыте. Точность замера факторов должна быть возможно более высокой.

При использовании МПАЭ одновременно изменяются несколько параметров. Поэтому необходимо учитывать требования, которые предъявляются к совокупности факторов.

Прежде всего, выдвигается требование совместимости. Совместимость факторов означает, что все их комбинации, предусмотренные планом эксперимента, осуществимы и безопасны. Факторы должны быть некоррелированы. Требование некоррелированности состоит в том, чтобы имелась возможность изменять значения каждого из рассматриваемых в системе факторов независимо друг от друга.

## 4. Математические модели, используемые при описании объектов методами планирования активного эксперимента

Аппроксимации характеристики объекта с одной входной величиной многочленом первого или второго порядка имеют, соответственно, вид

$$\hat{y}_i = b_0 + b_1x. \quad \hat{y}_i = b_0 + b_1x + b_{11}x^2. \quad (1)$$

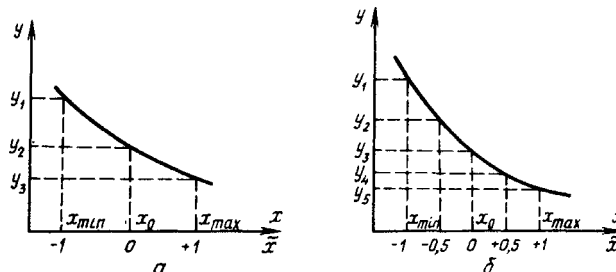
Коэффициенты уравнения (1) рассчитывают методом наименьших квадратов.

При активном эксперименте их расчет существенно упрощается. Если, например, величину  $x$  изменять на трех равноотстоящих уровнях и измерять соответствующие значения  $y$  (рис. 1а), то коэффициенты уравнения (1) могут быть найдены по формулам (Прохоренков и др., 1992):

$$b_0 = \bar{y}_2; \quad b_1 = 0,5(\bar{y}_3 - \bar{y}_1); \quad b_{11} = 0,5(\bar{y}_1 + \bar{y}_3) - \bar{y}_2, \quad (2)$$

где  $\bar{y}_1, \bar{y}_2, \bar{y}_3$  – средние значения  $y$  в опытах в порядке возрастания  $x$ .

Рис. 1. Статические характеристики нелинейных объектов, аппроксимируемые уравнением второго порядка



Аналогично, формула для определения коэффициентов по пяти равноотстоящим по оси  $x$  точкам (см. рис. 1б) имеет вид:

$$b_0 = \bar{y}_3; \quad b_1 = 1/3[(\bar{y}_4 + \bar{y}_5) - (\bar{y}_1 + \bar{y}_2)]; \quad b_{11} = 0,5(\bar{y}_1 + \bar{y}_5) - \bar{y}_3. \quad (3)$$

Кодированные (относительные) значения независимой переменной  $x$  связаны с ее натуральными значениями следующими соотношениями (см. рис. 1):

$$x = (X - X_0)/\Delta X, \quad X_0 = 0,5(x_{\min} + x_{\max}); \quad \Delta X = 0,5(x_{\max} - x_{\min}). \quad (4)$$

При описании сложных объектов, когда аналитическое выражение функции отклика неизвестно или очень сложно, ее обычно представляют полиномом вида

$$y = b_0 + \sum_{i=1}^k b_i x_i + \sum_{i \neq j}^k b_{ij} x_i x_j + \sum_{i=1}^k b_{ii} x_i^2, \quad (5)$$

где  $k$  – число независимых переменных (факторов);  $x_i, x_j$  – кодированные (относительные) значения независимых переменных. Сложность такого полинома оказывается достаточной для моделирования большого числа реальных объектов исследования.

Для случая двух независимых переменных (факторов) аппроксимирующий полином имеет вид

$$\hat{y}_i = b_0 + b_1 x_1 + b_2 x_2 + b_{12} x_1 x_2 + b_{11} x_1^2 + b_{22} x_2^2. \quad (6)$$

В тех случаях, когда степень полинома заранее предсказать нельзя, пользуются идеей шагового поиска, т.е. сначала пытаются описать объект самой простой – линейной моделью, проверяют ее адекватность, и если модель оказывается неадекватной, то увеличивают число членов полинома – повышают его степень.

Коэффициенты полинома  $b_i, b_{ij}, b_{ii}$  можно рассматривать как коэффициенты ряда Тейлора, т.е. значения частных производных в точке, вокруг которой производится разложение неизвестной функции. С помощью статистических методов оценивают степень адекватности представления результатов наблюдений полиномом заданного порядка, исключают незначимые коэффициенты – упрощают модель.

Полиномиальная модель весьма универсальна и удобна для решения практических задач. Для однофакторной и двухфакторной моделей легко провести геометрическую интерпретацию. Если полином содержит только линейные эффекты (члены  $b_{ii} = 0$ ), то поверхность отклика представляет собой плоскость. Двухфакторная модель второго порядка в зависимости от наличия коэффициентов  $b_i, b_{ij}$  и  $b_{ii}$  представляет собой одну из поверхностей второго порядка (параболического цилиндра, эллиптического параболоида и т.д.). Модель может быть использована для поиска оптимума, например, по методу крутого восхождения, методом симплексного планирования (ПСМ).

Абсолютные числовые оценки линейных эффектов  $b_1, b_2$  можно интерпретировать как степени влияния  $x_i$  на  $y$  при изменении  $x_i$  от 0 до 1; чем больше  $b_i$ , тем сильнее влияние  $x_i$  на  $y$ ; по знакам  $b_i$  можно найти направление изменения  $x_i$  для роста или уменьшения  $y$ .

Коэффициенты полинома определяют из экспериментальных данных по методу наименьших квадратов. Формулы их расчета определяются планом эксперимента.

## 5. Основные концепции в теории планирования эксперимента

Оптимальное использование факторного пространства предполагает многофакторный подход к планированию эксперимента. В отличие от однофакторного планирования, при котором варьируется

поочередно только один фактор при постоянстве остальных, многофакторное планирование предполагает одновременное варьирование всех факторов от опыта к опыту. В этом случае увеличивается радиус обследуемой сферы за счет многомерности пространства, вследствие чего дисперсия при оценке коэффициентов полинома  $S^2\{b_i\}$  уменьшается. Например, при варьировании сразу трех факторов по линейному плану она будет вдвое меньше, чем при однофакторном эксперименте.

Для обеспечения нечувствительности испытаний к систематически действующим неконтролируемым факторам применяется рандомизация опытов, предусмотренных планом эксперимента. Для этого условия опытов реализуются в случайной последовательности. Таким образом, удается отделить факторы, интересующие экспериментатора, от неконтролируемых воздействий.

Значимость коэффициентов полинома проверяют по критерию Стьюдента ( $t$ -критерию), согласно которому с определенной вероятностью коэффициент  $b$  значимо отличается от нуля, если он по абсолютной величине больше критического. В противном случае его отличие от нуля следует признать случайным, т.е. можно считать, что  $b = 0$ . Иначе говоря, тот вклад, который внесет соответствующий член полинома в определение  $y$ , будет неразличим на фоне разброса, с которым определялись величины  $y$  в опытах. Члены с незначимыми коэффициентами исключаются из модели, и полином становится короче, а значит, удобнее для использования. Достоверность результатов испытаний оценивают путем проверки адекватности модели. Проверка адекватности – строго формализованная статистическая процедура, выполняемая с помощью критерия Фишера ( $F$ -критерия).

## 6. Заключение

Для идентификации судовых комплексов как объектов управления могут применяться как теоретические, так и экспериментальные методы. В тех случаях, когда полная информация об объекте отсутствует или описание взаимодействия объекта со средой достаточно сложно, используются экспериментальные методы построения математических моделей.

При соблюдении требований к факторам и их совокупности предпочтение следует отдавать методам планирования активного эксперимента, имеющим ряд преимуществ перед пассивным экспериментом:

- упрощается расчёт коэффициентов однофакторных и многофакторных моделей, их полная статистическая обработка;

- появляется возможность получить независимые оценки влияния входных параметров на выходную величину, оценить взаимодействие факторов;

- возможность геометрической и физической интерпретации и др.

## Литература

Прохоренков А.М., Солодов В.С., Татьянченко Ю.Г. Судовая автоматика. М., Колос, 448 с., 1992.