

УДК 1 (091)

Философские вопросы геометрии Минковского

О.А. Никонов

Политехнический факультет МГТУ, кафедра физики

Аннотация. Статья посвящена проблеме онтологии пространства и времени в геометрии Минковского. Современные физические теории являются релятивистскими. В специальной теории относительности пространство рассматривается как четырёхмерное с псевдоевклидовыми метрическими свойствами. Объектом теории являются мировые линии. В статье предпринята попытка обосновать их существование.

Abstract. The paper analyzes the problem of ontology of space and time in Minkowsky's geometry. Contemporary physical theories are relativistic. In the special theory of relativity the space is considered as four-dimensional with the pseudo-Euclidean metric properties. World lines are the object of theory. The author has made the attempt to base their existence.

Ключевые слова: пространство, время, инварианты, размерность пространства, мировая линия
Key words: space, time, invariants, the dimensionality of space, world line

1. Введение

В 1905 г. опубликована первая статья А. Эйнштейна по специальной теории относительности (*Эйнштейн*, 1965). Три года спустя Герман Минковский показал, что эта теория является отражением картины мира, радикально отличающейся от той, какую на протяжении трёх веков признавала истинной классическая наука (*Минковский*, 1973).

Основой классической картины мира является принцип атомизма. Важнейшим атрибутом корпускулярной картины мира является совокупность её инвариантных характеристик.

В теоретических построениях физики на протяжении всей истории её развития вплоть до конца XIX века не подвергалась сомнению абсолютность инвариантности таких характеристик материального мира, как расстояние в наблюдаемом пространстве (трёхмерном собственно евклидовом пространстве), промежутки времени между событиями.

Согласно Минковскому, мировое пространство имеет четыре измерения, а главное – не собственно евклидовы метрические свойства, названные впоследствии псевдоевклидовыми.

Свойствами пространства Минковского определяются закономерности всех механических и электромагнитных явлений.

2. Метрика геометрии Минковского

Строение пространства может быть выражено с помощью векторов. Операции сложения векторов и умножения векторов на вещественное число объединяют общим названием – линейные операции.

Мы не можем представить себе наглядно пространство с числом измерений больше трёх, однако имеем возможность определить в нём линейными векторными уравнениями не только прямые и плоскости, но и различные трёхмерные подпространства, называемые гиперплоскостями. Всё это мы можем проделывать с математическими моделями пространств с любым числом измерений. На вопрос, реализованы ли в природе пространства с числом измерений больше трёх, и какой физический смысл могут иметь дополнительные измерения, призвана ответить физика (*Пуанкаре*, 1983).

По представлению классической физики, мировое пространство, вмещающее в себе всё бесконечное множество тел, имеющих во Вселенной, является трёхмерным собственно евклидовым пространством. Мы будем называть его в дальнейшем наблюдаемым пространством, имея в виду, что именно таким представляется наблюдателю мировое пространство, хотя, как выясняется в теории Минковского, гораздо лучшим приближением к действительности является другая модель мирового пространства, отличающегося от наблюдаемого числом измерений и метрическими свойствами.

Главное отличие пространства Минковского от наблюдаемого пространства заключается в метрических свойствах. Так как метрические свойства пространства формируются и выражаются через посредство операции скалярного умножения векторов, то именно в свойствах этой операции (в аксиомах, которым она удовлетворяет) коренится отличие псевдоевклидовой метрики от метрики собственно евклидовой. Наличие в пространстве Минковского векторов с мнимой длиной и ещё более странных изотропных векторов, которые, не будучи нулевыми, имеют длину, равную нулю, побудило физиков считать это пространство фиктивным, воображаемым.

3. Псевдоевклидова геометрия и специальная теория относительности

Труды творцов теории относительности увенчались утверждением в науке так называемых лоренцевых преобразований в качестве универсального закона природы. В этих преобразованиях сконцентрирована сущность специальной теории относительности, ибо если принять их в качестве постулата, то из них можно вывести математически не только все релятивистские эффекты, но и оба исходных постулата Эйнштейна. В настоящее время эти преобразования признаны глубочайшим законом природы, и никакая новая теория не будет заслуживать серьёзного научного внимания, если она противоречит преобразованиям Лоренца, или, как говорят, не удовлетворяет требованиям Лоренц-инвариантности. Это обстоятельство придаёт чрезвычайную значимость сходству формул лоренцевых преобразований с формулами преобразований координат вектора при переходе между любыми псевдоортономированными базисами правой ориентации на комплексной плоскости с псевдоевклидовыми метрическими свойствами.

Лоренцевы преобразования совпадают с преобразованиями координат векторов псевдоевклидовой плоскости при переходах между псевдонормированными базисами. Если преобразования Лоренца признаны современной наукой в качестве универсального закона природы, то следует признать универсальным законом природы и псевдоевклидовость мирового пространства и искать истоки эффектов специальной теории относительности, равно как и её основополагающих постулатов, в линейных и метрических свойствах псевдоевклидова пространства (Сазанов, 2008).

Минковский ввёл соотношение:

$$y = ct.$$

Это равенство выделяется в качестве основного и наиболее революционного по своему содержанию, в связи с чем его называют равенством Минковского. По смыслу формул преобразований Лоренца размерность и значение коэффициента пропорциональности совпадает с размерностью и значением скорости распространения электромагнитных сигналов в вакууме, которую называют скоростью света.

Поэтому в наиболее общем смысле скорость света играет роль коэффициента перехода от единиц измерения времени к единицам измерения пространственной протяжённости.

О том, что промежутки времени являются, по сути, формой восприятия нами пространственной протяжённости, можно было высказывать умозрительные догадки в эпоху до возникновения классической механики. Так, Блаженный Августин писал в 400 г. н. э.: "Теперь я вижу, что время есть действительно какое-то протяжение" (Цит. по: Сазанов, 2008).

Ось OX пространственных координат и ось OY , по которой откладываются хоть и пропорциональные времени, но тоже имеющие смысл пространственных вещественных координат значения, являются одномерными подпространствами единого двумерного псевдоевклидова пространства (одномерного комплексного) и безусловно псевдоортогональны.

Уравнение движения для классической материальной точки при замене в нем аргумента t на y определяет на псевдоквклидовой плоскости линию, которую Герман Минковский назвал мировой линией. Точки, принадлежащие мировым линиям, Минковский назвал мировыми точками (событиями).

4. Физический смысл мировой линии

Первый постулат Эйнштейна – о равноправии всех инерциальных систем отсчёта. Это просто констатация очевидного геометрического факта равноправия всех псевдоортономированных систем координат в псевдоевклидовой плоскости.

А.А. Сазанов (2008) предлагает рассматривать мировые линии как материальные объекты, находящиеся в процессе формирования, роста. Каждая мировая линия уже сформировалась, проявилась в прошлой своей части. Но в будущем её ещё нет. Она ещё не реализовалась. Граница проявления части мировой линии воспринимается нами как настоящий момент времени. Значения времени t из бесконечного диапазона от $-\infty$ до $+\infty$ разбиваются настоящим моментом времени на две области: область прошлого и область будущего. Прошлому принадлежат те состояния каждого тела, которые уже реализовались, т.е. были воплощены, овеществлены. Будущие состояния лишены такого качества реализованности. Процесс течения времени заключается в том, что настоящий момент времени смещается в направлении от прошлого к будущему, и это именно физический процесс, совершающийся в материальном мире. Всё мироздание охвачено мировым проявляющим процессом – процессом формирования мировых линий, который мы воспринимаем как процесс течения времени. Представление о проявляющем процессе влечёт за собой представление о фронте этого процесса, или о проявляющем фронте. Мы лишены возможности видеть в один и тот же момент времени (в одном и том же состоянии, из одной мировой точки) различные точки другой мировой линии, т.е. не можем видеть сразу какой-нибудь участок её. По этой причине протяжённость псевдоевклидова пространства в направлении мировой линии недоступна

нашему зрительному восприятию. Так как мы не воспринимаем различие значений координаты $y = ct$ в виде пространственного различия, то протяжённость псевдоевклидова пространства в направлении оси OY оказывается скрытой от нас, вследствие чего четырёхмерное пространство представляется нам трёхмерным и обладающим собственно евклидовыми метрическими свойствами.

Итак, зрительные восприятия, в основе которых лежит электромагнитное воздействие на сетчатку глаза, позволяют нам в каждый момент времени "выхватывать" на мировой линии только одну её точку. Эту точку мы и считаем материальным объектом, называя его материальной точкой. Понятие материальной точки противоречиво. С одной стороны, мировую линию мы воспринимаем в виде точки, вернее, в виде последовательности точек. Эти точки представляют состояния одного и того же материального объекта. С другой – сам материальный объект мы считаем точечным (или занимающим некоторый объём в трёхмерном собственно евклидовом пространстве), не имеющим протяжённости в четвёртом измерении. А пространственную протяжённость материального объекта в четвёртом измерении считаем чем-то отличным от пространства, а именно временем. Мировые линии, по мнению *А.А. Сазанова* (2008), не будучи телами, представляют нечто большее, чем тела, служат основой явления тел.

Понятие мировой линии разбивает замкнутость атомистического мировоззрения (тела состоят из атомов, а атомы есть тела), для которого не имеет смысла вопрос о происхождении атомов. В противовес представлению о самодостаточности атомов, с которых всё начинается и которыми всё заканчивается, понятие мировой линии предполагает наличие источников и причин вне её. Отсутствие мировых линий воспринимается нами как отсутствие тел, пустота. Однако нельзя считать пустотой то, из чего формируются материальные объекты, называемые мировыми линиями. В классической картине, как и в модели мира Минковского, будущее считается не существующим. Но, согласно классическому мировоззрению, прошлое тоже не существует, потому что те конструкции из материальных точек, которые образовали прошлые состояния материального мира, заменились новыми конструкциями, образующими мир современный. Однако и в классической картине мира зрительным восприятиям доступны только прошлые состояния материи, так как на прохождение световых сигналов от окружающих объектов требуется время, тем большее, чем больше расстояние до объектов в наблюдаемом пространстве. Но если прошлые состояния мира уже не существуют, то, что же мы видим вокруг себя? В модели мира Минковского такой парадокс не возникает, ибо в ней прошлое существует. Его материальность зафиксирована в проявленных частях мировых линий, существует в четырёхмерном мировом пространстве, и её-то мы воспринимаем через посредство электромагнитных взаимодействий, передающихся по изотропным.

Источник парадоксальности сокращения длин в том, что за материальный объект "стержень" принимается одна из возможных форм восприятия подлинно материального объекта – полосы мировых линий. В действительности же не один и тот же стержень имеет различные длины по отношению к различным наблюдателям, а различные наблюдатели воспринимают в качестве стержней различные сечения одной и той же полосы мировых линий, ибо в роли длины стержня выступает длина сечения полосы мировых линий, псевдоортогонального к мировой прямой наблюдателя. Полоса мировых линий есть материальный объект, обладающий собственными характеристиками, которые не зависят от выбора координатной системы.

Длина отрезка представит объективную, собственную инвариантную временную характеристику материального объекта. А проекция отрезка на некоторую ось координат будет лишь формой восприятия реального промежутка, зависящей от позиции наблюдателя, связанного с мировой линией. Так называемый парадокс близнецов в действительности отражает инвариантность длин мировых линий.

Мерой инертности любой мировой линии как собственной характеристикой линии должна быть именно масса покоя, потому что каждый участок мировой линии воспринимается в виде покоящейся (либо медленно движущейся) материальной точки в той псевдоевклидовой системе координат, у которой ось OY имеет направление касательной к мировой линии на рассматриваемом её участке. На протяжении всей мировой линии подтверждается универсальное постоянство массы покоя как главного отличительного признака каждого типа элементарных частиц.

Зависимости массы материальной точки от скорости её движения даётся простое геометрическое объяснение: так называемая движущаяся масса m есть ничто иное, как псевдоортогональная проекция мировой линии на направление базисного орта координатной оси наблюдателя. Наглядному осмыслению проблемы энергии покоя тела могут помочь следующие упрощённые соображения. Мировая линия сложного тела является по существу "жгутом", состоящим из огромного числа мировых линий – "нитей" микрочастиц (молекул, атомов, элементарных частиц) движущихся и взаимодействующих между собой. Каждая из таких "нитей" характеризуется определённым 4-вектором энергии, и геометрическая сумма этих векторов представляет 4-вектор энергии тела как целого. Векторы энергии микрочастиц могут иметь различные направления в пределах верхнего сектора псевдоевклидовой плоскости (а реально – в пределах

верхней полости изотропного гиперконуса в четырёхмерном пространстве Минковского) и, следовательно, различные проекции на направление ортов нормалей к мировой линии тела на различных её участках. Но так как в системе отсчёта, связанной с рассматриваемым телом, суммарный наблюдаемый импульс тела равен нулю, то это означает, что проекция векторов энергии микрочастиц на направления, псевдоортогональные к мировой линии, в совокупности взаимно уравниваются, компенсируя друг друга. Проекция же векторов энергии микрочастиц на направление касательной к мировой линии тела суммируются как однонаправленные, формируя в совокупности 4-вектор энергии, характеризующий, так сказать "энергию роста", проявления мировой линии тела.

5. Заключение

Обнаружение в теории относительности зависимости наблюдаемой массы, наблюдаемого импульса и наблюдаемой энергии (названной полной энергией) от выбора системы отсчёта пространства и времени первоначально произвело впечатление отмены законов сохранения и, более того, отсутствия какой-либо определённости в свойствах материального мира. Новая картина мироздания, основные черты которой первым увидел Герман Минковский, восстанавливает якобы упразднённую теорией относительности инвариантность пространственно-временных и динамических характеристик мироздания, но делается это на более глубоком уровне, чем в классической картине мира. За относительностью расстояний в наблюдаемом пространстве и промежутков времени открывается инвариантность пространственно-подобных интервалов в пространстве событий, т.е. инвариантность любых расстояний в псевдоевклидовом мировом пространстве, а за относительностью наблюдаемой массы материальной точки открывается инвариантность вектора массы как динамической характеристики мировой линии. Если инварианты классической механики способствовали утверждению представления о телах (материальных точках), то инварианты модели мира Минковского утверждают основообразующую роль мировых линий. В реальности тел и материальных точек мы не сомневаемся, прежде всего потому, что воспринимаем тела всеми своими органами чувств. Реальность мировых линий как материальных объектов вызывала сомнение именно потому, что они не видны как линии. Однако законы специальной теории относительности, управляющие миром материальных точек, расшифровываются как взаимоотношения между мировыми линиями. Взаимное расположение мировых линий в псевдоевклидовом мировом пространстве, их форма и динамические характеристики инвариантны, т.е. не зависят от выбора координатной системы, которая используется для описания событий. Напротив, пространственно-временные и динамические характеристики мира материальных точек (взаимное расположение материальных точек в наблюдаемом пространстве, их массы и промежутки времени) зависят от выбора системы отсчёта пространства и времени, т.е. от условий наблюдения. Это значит, что мировые линии обладают большей степенью объективности (независимости от позиции воспринимающего субъекта), чем материальные точки. Учитывая объективность мировых линий, нельзя отказать им в действительном существовании, а учитывая, что мировые линии воспринимаются нами в виде объектов, которые мы считаем материальными (точками и системами точек), нельзя отказать мировым линиям также в материальности. Не будучи телом, мировая линия представляет собой нечто большее, чем тело, служит основой явления тела.

Замечательно то, что если люди на протяжении веков не могли себе представить какое-либо пространство вне бесконечного трёхмерного наблюдаемого пространства, то теперь мы обнаруживаем такое пространство в качестве составной части четырёхмерного пространства Минковского. Определение трёхмерного собственно евклидова пространства радиус-векторов имеет формальное сходство с определением плоскости. Поэтому трёхмерное пространство получило название гиперплоскости. Роль трёхмерной гиперплоскости в четырёхмерном пространстве подобна роли двумерной плоскости в трёхмерном пространстве. Но плоскость в трёхмерном пространстве мы можем рассматривать "извне", т.е. из такой точки, которая не принадлежит этой плоскости, и можем наглядно представить вектор, перпендикулярный к этой плоскости. Увидеть же "извне" трёхмерное пространство гиперплоскости и перпендикуляр к ней мы не можем.

Литература

- Минковский Г. Пространство и время. В сб.: *Принцип относительности. Сборник работ по специальной теории относительности*. М., Атомиздат, с.167-180, 1973.
- Пуанкаре А. О науке. М., Наука, 218 с., 1983.
- Сазанов А.А. Четырёхмерная модель мира по Минковскому. М., Наука, 140 с., 2008.
- Эйнштейн А. К электродинамике движущихся тел. *Собр. науч. трудов*. М., Наука, т.1, 7-19 с., 1965.