

УДК [656.61.052.1 : 527.6] : 629.5.072.1

Усилия, действующие на объект швартовки, со стороны одиночной якорной связи

В.В. Иванов

Судоводительский факультет МА МГТУ, кафедра судовождения

Аннотация. Статья посвящена изложению способа математического моделирования динамики якорной цепи при движении судна, стоящего на якорю. Работа выполнена с целью оценки характерных особенностей движения судна, стоящего на якорю, как объекта швартовки.

Abstract. The paper considers the way of mathematical modelling of anchor chain dynamics at movement of a vessel standing on an anchor. The work has been executed for estimation of features of movement of the vessel standing on an anchor as an object of mooring.

Ключевые слова: судно, якорь, якорная цепь, движение на якорю

Key words: vessel, anchor, anchor chain, movement at anchor

1. Введение

Для моделирования движения судна, стоящего на якорю, как объекта швартовки следует определённым образом математически описать динамику якорной цепи, так как поведение последней во многом определяет характер движения судна как объекта швартовки. В данном случае речь идёт о действии якорной системы (якорь, якорная цепь), с помощью которой объект швартовки локализуется в окрестности определённой точки. Подобная задача рассматривалась неоднократно (Войткунский, 1985; Якубовский, 1973; Салтанов, 1974; Рахманин, 1967; Artyszuk, 2003; Liensdorf, 1984), однако решения имели форму таблиц или графиков, что препятствует их непосредственному использованию в программном моделировании, где нужны однозначные аналитические зависимости. Ниже представлен один из возможных путей их получения, завершённый конкретными формулами.

2. Математическое описание динамики якорной цепи

Рассмотрим одиночную якорную цепь в вертикальной плоскости, и, считая её гибкой нерастяжимой нитью, выделим следующие случаи расположения цепи (рис. 1):

А – цепь выходит из клюза вертикально вниз, и часть её лежит свободно и хаотически на морском дне, тогда нет напряженности в цепи;

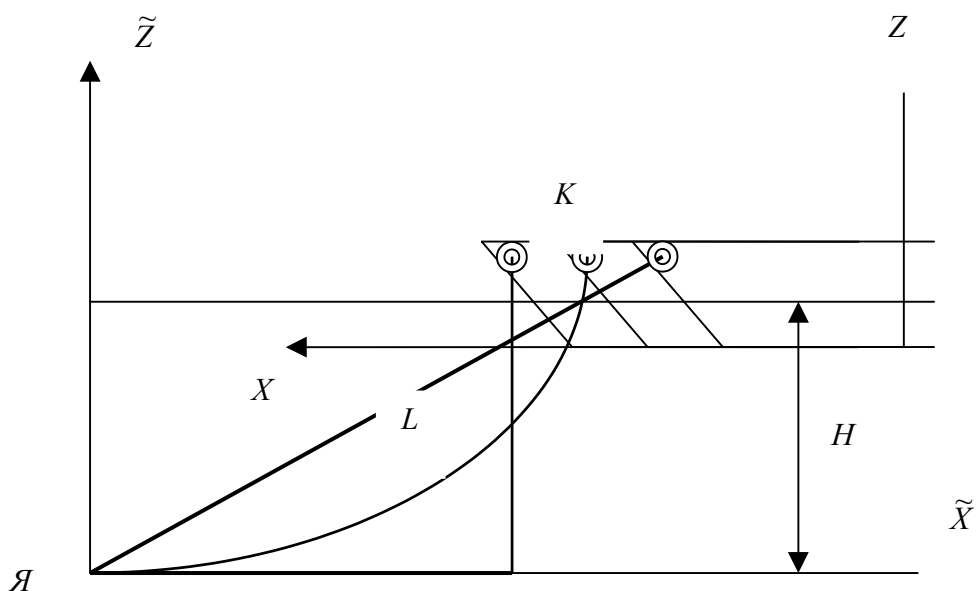


Рис. 1. Три пограничных варианта расположения якорной цепи

B – цепь выходит из клюза под углом, не равным 90° , цепь натянута над грунтом, угол наклона к грунту в начальной точке равняется нулю;

C – цепь висит, и угол наклона по отношению к грунту в начальной точке не равен нулю;

D – цепь вытянута в прямую линию, угол её наклона к дну одинаков во всех точках цепи.

Все эти пограничные варианты и промежуточные между ними можно описать одним уравнением цепной линии общего вида, в которое входят три параметра:

$$\tilde{z} = a \operatorname{ch}[(\tilde{x} - c_1) \cdot a^{-1}] - c_2. \quad (1)$$

Уравнение записано в системе координат $\tilde{X}\tilde{Y}\tilde{Z}$, связанной с грунтом в месте постановки якоря, и при разных комбинациях значений параметров c_1 , c_2 и a описывают все ситуации расположения якорной цепи. Наша задача состоит в исследовании зависимости натяжения якорной цепи от положения носового клюза судна. Его мы будем задавать "якорными" координатами x_K и z_K , без волны над обозначениями. При этом z_K не изменяет своего значения и равно $z_K = H - d + z$, где H , d – глубина моря в месте якорной стоянки и осадка судна, z – координата клюза в системе координат, связанной с судном XYZ , а x_K есть горизонтальное расстояние до клюза от начала системы координат, связанной с якорем. Изменяя x_K от l до z_K , мы получаем все варианты расположения якорной цепи. При этом в уравнении (1) параметры будут изменяться при переходе пограничных случаев.

Сами параметры следует определить из двух граничных условий $z(0) = 0$, $z(x_K) = z_K$, что приводит к уравнениям:

$$a \operatorname{ch}(-c_1 a^{-1}) - c_2 = 0, \quad (2)$$

$$a \operatorname{ch}[(x_K - c_1) \cdot a^{-1}] - c_2 = z_K.$$

и одного интегрального – длина l цепной линии задана:

$$l = a \times \operatorname{sh}\left(\frac{\tilde{x} - c_1}{a}\right) \Big|_0^{x_K} = a \times \left(\operatorname{sh}\left(\frac{x_K - c_1}{a}\right) - \operatorname{sh}\left(\frac{-c_1}{a}\right)\right). \quad (3)$$

Записанные уравнения видоизменим так, чтобы туда входили параметры, деленные на длину цепи l . При этом все константы и координаты станут относительными (например, $\bar{a} = a/l$), но мы для простоты не будем менять их обозначений. Теперь три уравнения можно свести к двум с неизвестными c_1 и a :

$$a [\operatorname{ch}(a^{-1}(x_K - c_1)) - \operatorname{ch}(-c_1 a^{-1})] = z_K, \quad (4)$$

$$a [\operatorname{sh}(a^{-1}(x_K - c_1)) - \operatorname{sh}(-c_1 a^{-1})] = a^{-1}.$$

Это система двух трансцендентных уравнений с гиперболическими функциями, которые возможно решить только численно. Для этого использована вычислительная среда MathCad7, которая имеет инструментарий для подобных решений. Он использует блок Given с дальнейшим указанием самих уравнений и оператор поиска решений Find или Minerr. Перед решением указываются начальные приближения искомых параметров. Такие решения были получены для безразмерного значения $z_K = 0.28$, что для танкера "Саратов" соответствует величинам $l = 100$ м, $H = 20$ м, $d = 10$ м, $z = 16$. Одновременно вычислялись угол входа цепи в клюз α_K и угол схода цепи с грунта α_0 . И самое главное – конечным результатом вычислений является растягивающее усилие в цепи, которое и будет определять воздействие якорной цепи на судно. Углы найдены по вполне естественным формулам, вытекающим из выражения производной z по x в (1):

$$\tilde{z}'_{\tilde{x}} = a \operatorname{sh}[(\tilde{x} - c_1) a^{-1}]. \quad (5)$$

Горизонтальная составляющая натяжения T_x цепи постоянна по длине и зависит от погонного веса в воде участка цепи q и константы a , которая вычисляется в ходе решения системы (4). Определение T_x вполне традиционно с помощью уравнения равновесия цепи. Оно дает $T_x = a \times q \times g$, H , где g – ускорение свободного падения и a – теперь размерная величина, т.е. умноженная на длину цепи l . Вертикальная составляющая может быть найдена из простого равенства $T_y = T_x \operatorname{tg}(\alpha)$, но она не входит в

уравнение плоского движения объекта швартовки. Правда, её можно использовать для расчёта момента отрыва якоря от грунта или расчёта удерживающей силы якоря. Все эти результаты для $z_K = 0.28$ занесены в таблицу.

Таблица

x_K	l	α_0	α_K	a	c_1
0.960	1.00	16.3	16.3	-----	-----
0.957	1.00	8.60	23.6	3.491	-0.526
0.955	1.00	1.60	25.7	2.696	-0.298
0.953	1.00	4.50	27.4	2.276	-0.177
0.950	1.00	2.10	29.5	1.893	-0.070
0.947	1.00	0.07	31.2	1.533	-0.002
0.945	0.94	1.16	32.3	1.535	0.031
0.940	0.82	3.92	34.6	1.32	0.090
0.935	0.74	6.36	36.6	1.172	0.130
0.930	0.68	8.57	38.3	1.062	0.160
0.925	0.63	10.6	39.9	0.976	0.182
0.920	0.6	12.5	41.4	0.906	0.199
0.915	0.57	14.3	42.8	0.848	0.213
0.910	0.54	15.9	44.0	0.799	0.225
0.905	0.52	17.5	45.2	0.756	0.235
0.900	0.5	19.0	46.3	0.719	0.243
0.895	0.49	20.5	47.4	0.685	0.250
0.890	0.47	21.9	48.4	0.655	0.257
0.885	0.46	23.2	49.3	0.628	0.262
0.880	0.45	24.5	50.2	0.604	0.266
0.800	0.36	40.6	61.0	0.376	0.292
0.750	0.33	48.1	65.7	0.301	0.289
0.700	0.31	54.3	69.5	0.247	0.279
0.650	0.3	59.5	72.6	0.205	0.266
0.600	0.3	64.1	75.3	0.171	0.251
0.550	0.29	68.1	77.6	0.143	0.234
0.500	0.29	71.5	79.6	0.119	0.216
0.450	0.29	74.6	81.3	0.098	0.197
0.400	0.28	77.3	82.9	0.080	0.177
0.350	0.28	79.8	84.2	0.065	0.156
0.300	0.28	81.9	85.5	0.051	0.135
0.280	0.28	82.7	85.9	0.046	0.127

В таблице легко прослеживаются все варианты расположения якорной цепи. Первая строка

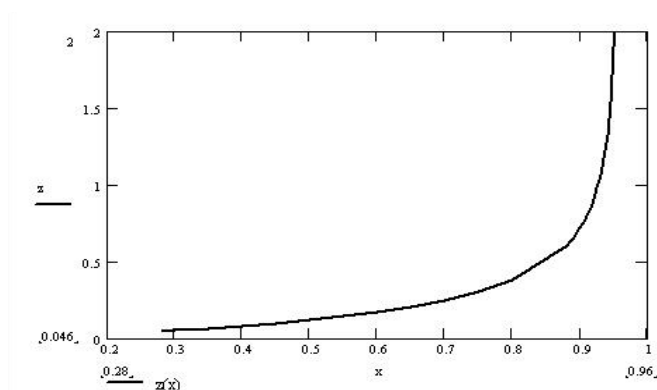


Рис. 2. Зависимость относительного параметра a от дистанции x_K

таблицы ($x_K = 0.96$) соответствует случаю D , когда цепь вытянута в прямую. При уменьшении x_K судно приближается к точке постановки якоря, угол α_0 уменьшается, угол α_K увеличивается, цепь всё более провисает. При $x_K = 0.947$ угол α_0 становится нулевым, но цепь ещё полностью висит над грунтом (случай B). Дальнейшее уменьшение x_K приводит к тому, что часть цепи располагается на грунте, и в столбце l появляются величины, отличные от единицы. Это доля цепи, висящая над грунтом. Когда x_K становится равным z_K , вычисления

прекращаются – цепь уходит из клюза вертикально вниз, горизонтальная составляющая натяжения обращается в нуль (случай А).

Для использования параметра a в целях моделирования при вычислении горизонтальной составляющей натяжения цепи нам необходимо его аналитическое выражение в виде функции расстояния x_k . В среде MathCad из общей матрицы результатов вычислений выбраны первый и седьмой столбцы и зависимость между ними представлена в графической форме (рис. 2).

Попытка степенной аппроксимации этой зависимости приводит к нежелательным результатам – такая аппроксимация даёт низкую адекватность (большое среднее квадратическое отклонение). Это связано с тем, что кривая имеет два участка с очень разными темпами роста. Поэтому пришлось разбить её на две части в точке $x_k = 0.9$ и произвести отдельную аппроксимацию этих частей. Такой подход дал две аналитических зависимости:

$$\begin{aligned} a &= 0.33 - 1.474x_k + 1.992x_k^2, & x_k < 0.9, \\ a &= 461.335 - 1023x_k + 567.703x_k^2, & x_k > 0.9. \end{aligned} \quad (6)$$

При $x_k = 0.9$ следует взять среднее арифметическое значение a , определяемое формулами (6), т.е. $a(0.9) = (0.637 + 0.618)/2 = 0.6275$. Этим в дальнейшем исключена программная неопределённость при моделировании.

Аналогично обработаны результаты по параметру l

$$\begin{aligned} l &= 0.441 - 0.763x_k + 0.86x_k^2, & x_k < 0.9, \\ l &= 263.54 - 583.44x_k + 323.47x_k^2, & x_k > 0.9, \\ l(0.9) &= (0.457 + 0.451)/2 = 0.454. \end{aligned} \quad (7)$$

Группой формул (6, 7) решение поставленной задачи завершено и может быть использовано при моделировании движения объекта на якорной связи.

3. Заключение

Представленный способ математического моделирования динамики якорной цепи позволяет описывать динамику комплекса судно – якорная система, а это, в свою очередь, обеспечивает возможность компьютерного моделирования поведения судна, стоящего на якорю, как объекта швартовки.

Литература

- Artyszuk J.** Ancor forces in ship manoeuvring mathematical model. *Szczecin Maritime University, Annual of Navigation*, № 6, p.14, 2003.
- Liensdorf M.** Trossenkrafte und –konfigurationen bei Seeschleppverbanden. *Wissenschaftliche Zeitschrift der W.-P. Universitat, Rostok, Mat.-Nat. Reihe*, В.33, S.9, 1984.
- Войткунский Я.И.** Справочник по теории корабля. В 3 т. Л., Судостроение, т.3, 541 с., 1985.
- Рахманин Н.Н.** Рыскание и дрейф судна на якорю при действии ветра и течения. *Труды ЦНИИ им. акад. А.Н. Крылова*, вып. 239, с.54-63, 1967.
- Салтанов Н.В.** Гибкие нити в потоках. Киев, Наукова думка, 342 с., 1974.
- Якубовский Ю.В.** Основы механики нитей. М., Лёгкая индустрия, 453 с., 1973.