

УДК 664.951

В. А. Наумов, А. Э. Суслов, Ю. А. Фатыхов

## Граничные условия при конвективной сушке рыбы

V. A. Naumov, A. E. Suslov, Yu. A. Fatykhov

### Boundary conditions during convective drying of fish

**Аннотация.** Приведены результаты экспериментальных исследований по определению равновесной влажности салаки в потоке воздуха при температуре 30 °С и различной влажности воздуха.

**Abstract.** The paper presents the results of analysis of experimental studies on determination of equilibrium moisture content of Baltic herring in the air stream at a temperature of 30 °С and different humidity.

**Ключевые слова:** сушка, граничные условия, конвекция, математическая модель, рыба.  
**Key word:** drying, boundary conditions, convection, mathematical model, fish.

#### Введение

Процесс сушки является одним из основных этапов в технологии приготовления копченой и вяленой рыбопродукции. Факторы, влияющие на внутренний массоперенос в рыбе и внешний массоперенос от рыбы к сушильному агенту, в значительной степени воздействуют на продолжительность процесса и его энергоемкость, а также определяют органолептические показатели готовой продукции и сроки ее хранения. Тепловые расчеты сушильных установок обычно сводятся к определению расхода тепла на сушку при значениях параметра сушильного агента, рекомендуемых технологическими инструкциями. При этом не учитываются закономерности переноса влаги между рыбой и сушильным агентом. Рабочим агентом в сушильной камере является смесь сухого воздуха и водяного пара, доля которого в смеси характеризуется величиной его парциального давления. При этом парциальное давление пара в пограничном слое около влажного материала всегда больше, чем в основной массе воздуха. Под действием разности этих давлений происходит диффузия пара от материала в воздух. При прочих равных условиях скорость выделения пара с поверхности материала зависит от парциального давления пара в воздухе или от его влагосодержания  $X$ . Процесс сушки рыбы прекращается при граничных условиях, когда влажность материала достигает значения равновесной влажности. Изотермы десорбции влаги зависят от химического состава, состояния материала и устанавливаются только экспериментальным путем.

#### Описание экспериментальной установки и методики проведения опытов

Для исследования равновесного состояния рыбы и потока воздуха были проведены экспериментальные исследования равновесной влажности салаки в потоке воздуха с заданными параметрами.

Равновесную влажность целой неразделанной салаки определяли в потоке воздуха, движущегося со средней скоростью 1,2 м/с при температуре +30 °С. Относительная влажность воздуха регулировалась от 85 до 30 %. Влажность рыбы определяли по методике, указанной в ГОСТ 13930.

Исследования по определению равновесной влажности рыбы в потоке воздуха для оптимизации параметров воздуха в процессе сушки при вялении и холодном копчении проводились на экспериментальной установке, позволяющей поддерживать в течение длительного времени постоянные параметры воздуха: температуру, относительную влажность и скорость. Схема установки представлена на рис. 1 [1].

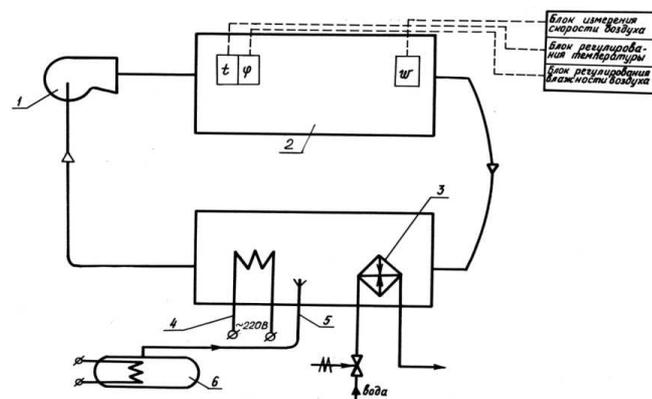


Рис. 1. Схема экспериментальной установки: 1 – вентилятор; 2 – сушильная камера; 3 – воздухоохладитель; 4 – электрический воздухонагреватель; 5 – увлажнитель; 6 – парогенератор

**Результаты исследования и их обсуждение**

Дифференциальное уравнение влагопереноса рыбы для условий проведенных опытов может быть записано в следующем виде [2], [3]:

$$\frac{\partial U}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial X} \left( A \frac{\partial U}{\partial X} \right), \tag{1}$$

где  $t$  – время;  $X$  – координата;  $U = U(X, t)$  – влагосодержание;  $A$  – коэффициент влагопереноса.

Краевые условия к дифференциальному уравнению (1):

$$U(X, 0) = f(X), \quad \left( \frac{\partial U}{\partial X} \right)_{X=0} = 0, \quad A \left( \frac{\partial U}{\partial X} \right)_{X=L} = -J, \tag{2}$$

где  $J$  – интенсивность поверхностного влагообмена.

В периоде падающей скорости для решения задач на нахождение поля влагосодержания была предложена формула для влагообмена между поверхностью тела и окружающей средой [2]:

$$J = \alpha (U(L, t) - U_p), \tag{3}$$

где  $\alpha$  – коэффициент влагообмена, отнесенный к разнице влагосодержаний;  $U_p$  – на равновесное влагосодержание.

Формула (3), конечно, не применима к периоду постоянной скорости сушки, так как для  $J = \text{const}$  коэффициент  $\alpha$  будет непрерывно увеличиваться с уменьшением влагосодержания, потому что влагосодержание поверхности тела  $U(L, t)$  уменьшается в процессе сушки.

Дифференциальное уравнение влагопереноса (1) при краевых условиях (2) при допущении, что массообменные характеристики  $A$  и  $\alpha$  не изменяются, было аналитически решено А. В. Лыковым [2]. Но коэффициент влагопереноса рыбы  $A$  зависит от влагосодержания, его нельзя выносить из-под знака производной в уравнении (1). Можно использовать эмпирическую формулу [4]:

$$A(U) = A_p + K(U - U_p).$$

Введем безразмерные величины:

$$u = \frac{U - U_p}{U_0 - U_p}, \quad x = \frac{X}{L}, \quad \tau = \frac{t A_p}{L^2}, \quad a = \frac{A}{A_p} = 1 + ku, \quad k = K \frac{U_0 - U_p}{A_p}. \tag{4}$$

Из равенств (4) выразим размерные величины и подставим в формулы (1) и (2). После преобразования получим дифференциальное уравнение влагопереноса и краевые условия в безразмерной форме:

$$\frac{\partial u}{\partial \tau} = \frac{\partial}{\partial x} \left( a \frac{\partial u}{\partial x} \right), \tag{5}$$

$$u(x, 0) = 1, \quad \left( \frac{\partial u}{\partial x} \right)_{x=0} = 0, \quad a \left( \frac{\partial u}{\partial x} \right)_{x=1} = -Bi u(1, \tau), \tag{6}$$

где массообменное число Био

$$Bi = \alpha L / A_p.$$

Краевая задача (5), (6) не может быть решена аналитически, так как коэффициент массопереноса является функцией влагосодержания. Для численного решения задачи в среде Mathcad введем безразмерную величину градиента влагопереноса  $q$  и преобразуем (5), (6) к виду

$$\frac{\partial u}{\partial \tau} = \frac{\partial q}{\partial x}, \quad q = a \frac{\partial u}{\partial x},$$

$$u(x, 0) = 1, \quad q(0, \tau) = 0, \quad q(1, \tau) = -Bi u(1, \tau).$$

Для решения поставленной краевой задачи необходимо найти параметры конкретного образца рыбы. На рис. 2 представлена экспериментально полученная зависимость равновесного влагосодержания салаки при 30 °С от относительной влажности подаваемого воздуха [1].

Методом наименьших квадратов в среде Mathcad [4] было установлено, что наименьшее среднее квадратическое отклонение  $\varepsilon$  получается при аппроксимации зависимости многочленом 2-го порядка:

$$R_2(\varphi) = 0,198 - 0,354\varphi + 2,340\varphi^2. \quad (7)$$

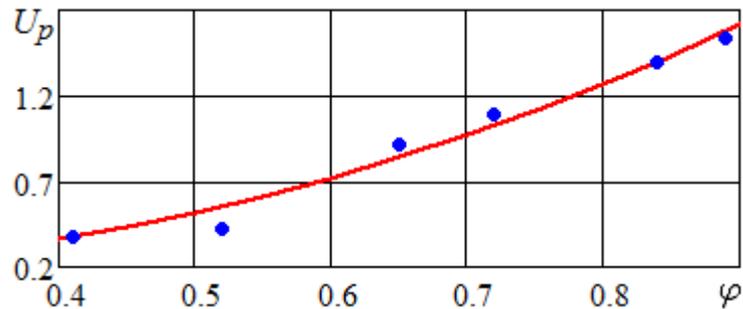


Рис. 2. Зависимость равновесного влагосодержания салаки (кг влаги на кг сухого вещества) от относительной влажности воздуха при 30 °С.

Точки – опытные данные; линия – расчет по формуле (7)

Величина отклонения рассчитана по формуле [5]

$$\varepsilon_n = 100 \sqrt{\frac{1}{N-n-1} \sum_{i=1}^N \left(1 - \frac{U_{pi}}{R_n(\varphi_i)}\right)^2},$$

где  $N$  – объем выборки;  $R_n$  – многочлен аппроксимации  $n$ -го порядка;  $(\varphi_i, U_{pi})$  – экспериментальные точки, и представлена в таблице.

Параметры аппроксимации

Порядок многочлена аппроксимации $n$	1	2	3
Среднее квадратическое отклонение $\varepsilon$ , %	44,6	14,6	16,0

Покажем, как можно оценить величину коэффициента влагообмена  $\alpha$  по экспериментальным данным. В периоде постоянной скорости сушки

$$\frac{\partial U}{\partial t} = Q = \text{const.}$$

Проинтегрируем обе части уравнения (1) по толщине слоя  $L$ :

$$\int_0^L Q dX = \frac{1}{L} \int_0^L \frac{\partial}{\partial X} \left( A \frac{\partial U}{\partial X} \right) dX, \quad (8)$$

$$QL = \left( A \frac{\partial U}{\partial X} \right)_{X=L}.$$

Из формулы (8) с учетом граничных условий (2), (3) можно получить

$$\alpha(t) = \frac{QL}{U(L,t) - U_p}. \quad (9)$$

Величина  $U(L, t)$  уменьшается, а так как  $Q = \text{const}$ ; из уравнения (9) следует известный факт [2]:  $\alpha(t)$  возрастает в период постоянной скорости сушки.

Исходя из принятой модели, в период падающей скорости сушки  $\alpha = \text{const}$ . Тогда это постоянное значение можно оценить в граничной точке между указанными периодами сушки по формуле

$$\alpha \approx \frac{\frac{\partial W}{\partial t} L}{W - W_p},$$

где  $W$  – среднее влагосодержание образца рыбы, определенное в экспериментах [5], [6]. Оно связано с локальным влагосодержанием формулой

$$W(t) = \frac{1}{L} \int_0^L U(X, t) dX.$$

На рис. 3–12 представлены результаты расчетов при  $k = 0,1$  и различных значениях числа Био массообмена.

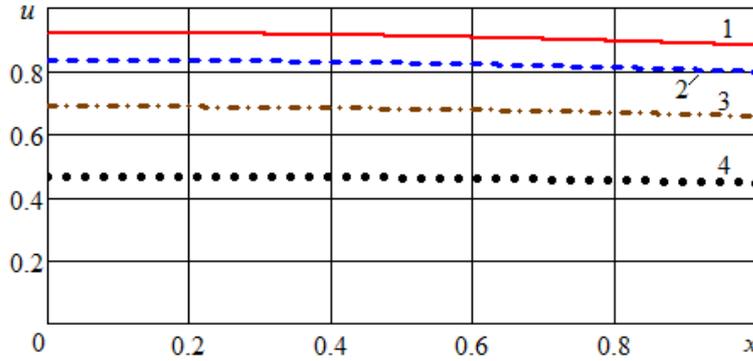


Рис. 3. Профили безразмерного влагосодержания при  $Bi = 0,1$  и различном безразмерном времени: 1 –  $\tau = 1$ ; 2 –  $\tau = 2$ ; 4 –  $\tau = 4$ ; 1 –  $\tau = 8$

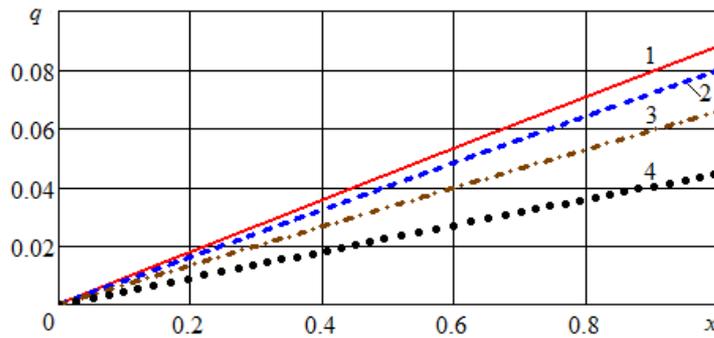


Рис. 4. Профили безразмерного модуля градиента влагосодержания при  $Bi = 0,1$  и различных значениях  $\tau$ : 1 –  $\tau = 1$ ; 2 –  $\tau = 2$ ; 4 –  $\tau = 4$ ; 1 –  $\tau = 8$

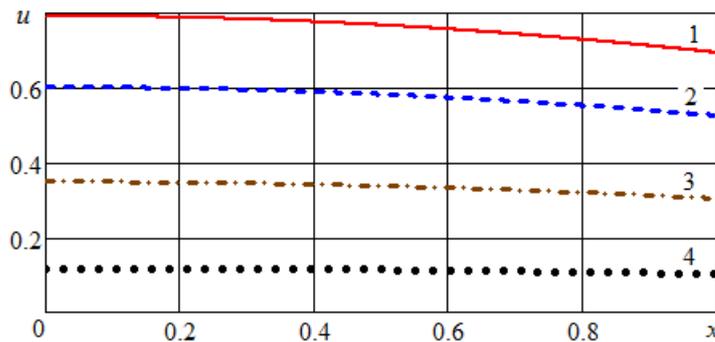


Рис. 5. Профили безразмерного влагосодержания при  $Bi = 0,3$  и различном безразмерном времени: 1 –  $\tau = 1$ ; 2 –  $\tau = 2$ ; 4 –  $\tau = 4$ ; 1 –  $\tau = 8$

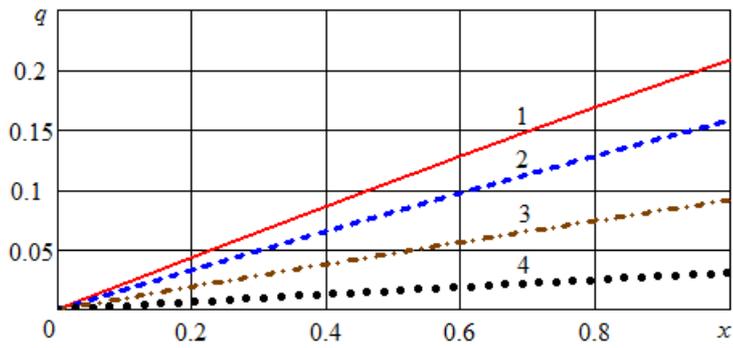


Рис. 6. Профили безразмерного модуля градиента влагосодержания при  $Bi = 0,3$  и различных значениях  $\tau$ : 1 –  $\tau = 1$ ; 2 –  $\tau = 2$ ; 4 –  $\tau = 4$ ; 1 –  $\tau = 8$

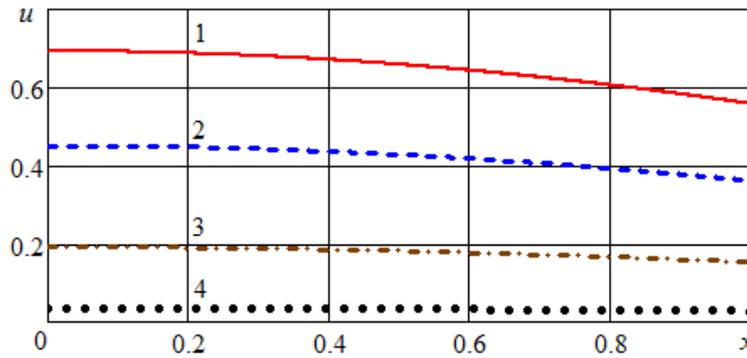


Рис. 7. Профили безразмерного влагосодержания при  $Bi = 0,5$  и различном безразмерном времени: 1 –  $\tau = 1$ ; 2 –  $\tau = 2$ ; 4 –  $\tau = 4$ ; 1 –  $\tau = 8$

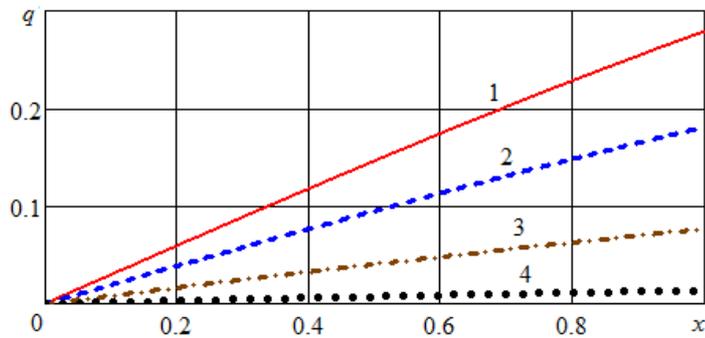


Рис. 8. Профили безразмерного модуля градиента влагосодержания при  $Bi = 0,5$  и различных значениях  $\tau$ : 1 –  $\tau = 1$ ; 2 –  $\tau = 2$ ; 4 –  $\tau = 4$ ; 1 –  $\tau = 8$

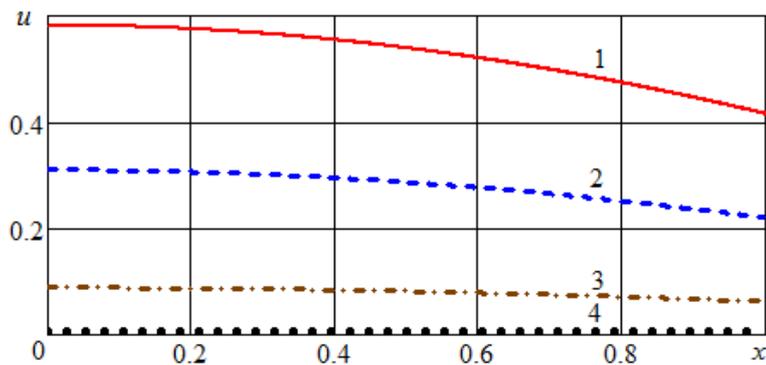


Рис. 9. Профили безразмерного влагосодержания при  $Bi = 0,8$  и различном безразмерном времени: 1 –  $\tau = 1$ ; 2 –  $\tau = 2$ ; 4 –  $\tau = 4$ ; 1 –  $\tau = 8$

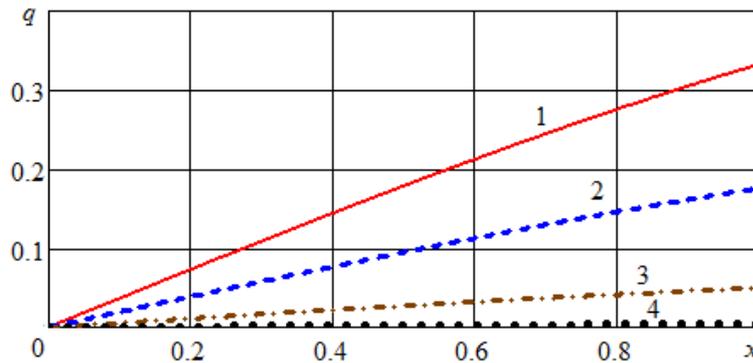


Рис. 10. Профили безразмерного модуля градиента влагосодержания при  $Bi = 0,8$  и различных значениях  $\tau$ : 1 –  $\tau = 1$ ; 2 –  $\tau = 2$ ; 4 –  $\tau = 4$ ; 1 –  $\tau = 8$

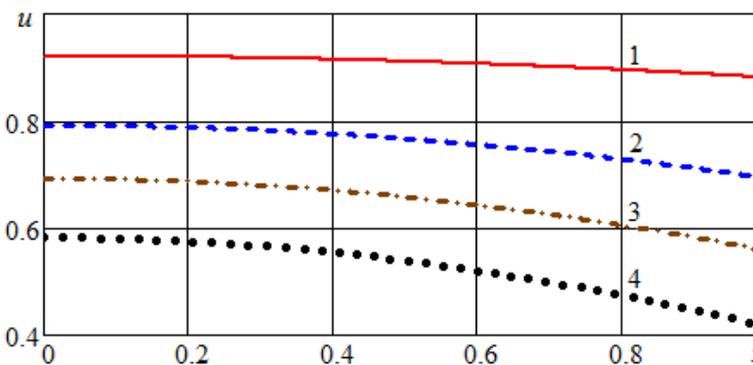


Рис. 11. Профили безразмерного влагосодержания при  $\tau = 1$  и различных значениях числа Био: 1 –  $Bi = 0,1$ ; 2 –  $Bi = 0,3$ ; 4 –  $Bi = 0,5$ ; 1 –  $Bi = 0,8$

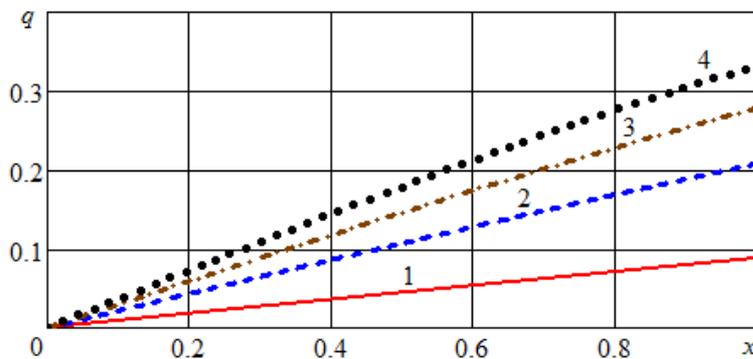


Рис. 12. Профили безразмерного модуля градиента влагосодержания при  $\tau = 1$  и различных значениях  $Bi$ : 1 –  $Bi = 0,1$ ; 2 –  $Bi = 0,3$ ; 4 –  $Bi = 0,5$ ; 1 –  $Bi = 0,8$

### Заключение

Получены экспериментальные данные равновесной влажности целой неразделанной салаки, которые аппроксимированы многочленом 2-го порядка.

Составлено дифференциальное уравнение влагопереноса и краевые условия, выраженные в безразмерной форме.

Получено численное решение задачи в среде Mathcad, учитывающее экспериментальную зависимость равновесного влагосодержания рыбы.

Представлены результаты расчетов массообменного числа Био от безразмерных параметров, определяющих граничные условия процесса в реальном диапазоне их изменения.

### Библиографический список

1. Особенности массопереноса при сушке рыбы / Сулов А. Э. [и др.] // Известия вузов. Пищевая технология. 2007. № 2. С. 56–57.
2. Лыков А. В. Тепло- и массообмен в процессе сушки. Л. : Госэнергоиздат, 1956. 464 с.

3. Лыков А. В., Михайлов Ю. А. Теория тепло- и массопереноса. Л. : Госэнергоиздат, 1963. 535 с.
4. Гинзбург А. С., Громов М. А., Красовская Г. И. Теплофизические характеристики пищевых продуктов : справочник. М. : Пищевая промышленность, 1980. 288 с.
5. Наумов В. А. Прикладная математика : учеб. пособие по решению профессиональных задач в среде Mathcad. Калининград : Изд-во КГТУ, 2014. 144 с.
6. Пустыльник Е. И. Статистические методы анализа и обработки наблюдений. М. : Наука, 1968. 288 с.

#### References

1. Osobennosti massoperenosa pri sushke ryby [Peculiarities of mass transfer in drying fish] / Suslov A. E. [i dr.] // Izvestiya vuzov. Pischevaya tehnologiya. 2007. N 2. P. 56–57.
2. Lykov A. V. Тепло- и массообмен в процессе сушки [Heat and mass transfer in the drying process]. L. : Gosenergoizdat, 1956. 464 p.
3. Lykov A. V., Mihaylov Yu. A. Teoriya teplo- i massoperenosa [Theory of heat and mass transfer]. L. : Gosenergoizdat, 1963. 535 p.
4. Ginzburg A. S., Gromov M. A., Krasovskaya G. I. Teplofizicheskie harakteristiki pischevyykh produktov [Thermophysical characteristics of food products]: spravochnik. M. : Pischevaya promyshlennost, 1980. 288 p.
5. Naumov V. A. Prikladnaya matematika [Applied mathematics] : ucheb. posobie po resheniyu professionalnykh zadach v srede Mathcad. Kaliningrad : Izd-vo KGTU, 2014. 144 p.
6. Pustynnik E. I. Statisticheskie metody analiza i obrabotki nablyudeniy [Statistical methods of analysis and processing observations]. M. : Nauka, 1968. 288 p.

#### Сведения об авторах

**Наумов Владимир Аркадьевич** – ФГБОУ ВПО "Калининградский государственный технический университет", кафедра водных ресурсов и водопользования, д-р техн. наук, профессор; e-mail: vladimir.naumov@klgtu.ru

**Naumov V. A.** – FSEI HPE "Kaliningrad State Technical University", Department of Water Resources and Water Management, Dr of Tech. Sci., Professor; e-mail: vladimir.naumov@klgtu.ru

**Суслов Александр Эдуардович** – ФГБОУ ВПО "Калининградский государственный технический университет", кафедра пищевых и холодильных машин, канд. техн. наук, профессор; e-mail: sergs53@yandex.ru

**Suslov A. E.** – FSEI HPE "Kaliningrad State Technical University", Department of Food and Refrigerating Machines, Cand. of Tech. Sci., Professor; e-mail: sergs53@yandex.ru

**Фатыхов Юрий Адгамович** – ФГБОУ ВПО "Калининградский государственный технический университет", кафедра пищевых и холодильных машин, д-р техн. наук, профессор; e-mail: elina@klgtu.ru

**Fatykhov Yu. A.** – FSEI HPE "Kaliningrad State Technical University", Department of Food and Refrigerating Machines, Dr of Tech. Sci., Professor; e-mail: elina@klgtu.ru