#### УДК 552.122

## Петрографические структуры: ийолиты и уртиты Хибин

Ю. Л. Войтеховский\*, А. А. Захарова

\*Геологический институт КНЦ РАН, г. Апатиты, Мурманская обл., Россия; Санкт-Петербургский горный университет, Санкт-Петербург, Россия; e-mail: woyt@geoksc.apatity.ru, ORCID: https://orcid.org/0000-0002-5380-9191

Информация о статье Поступила в редакцию 15.01.2021: Реферат

получена после доработки 26.04.2021

Ключевые слова:

горная порода, ийолит, уртит, структура, текстура, матрица вероятностей, индикатриса, тренд, равновесие Харди – Вайнберга

В дополнение к стандартному описанию структур и текстур кристаллических горных пород предложены математические подходы, основанные на строгом определении петрографической структуры через вероятности бинарных межзерновых контактов. В общем случае петрографическая структура определена как инвариантный аспект организации горной породы, алгебраически выражаемый канонической диагональной формой симметрической матрицы P<sub>ii</sub> и геометрически визуализуемый структурными индикатрисами - поверхностями 2-го порядка. Согласованная номенклатура возможных петрографических структур для *n*-минеральной горной породы проста: символ  $S_n^m$  означает, что в канонической диагональной форме матрицы  $P_{ii}$  ровно *m* положительных чисел. Представлены новые типы барицентрических диаграмм. Для описания массивной текстуры предложена концепция равновесия Харди - Вайнберга. Эта граница классифицирует барицентрические диаграммы на области, в пределах которых сохраняются канонические типы матриц Р<sub>іі</sub> и топологические типы структурных индикатрис. Изменение организации горной породы в пределах типа носит количественный характер, переход от одного типа к другому означает структурную перестройку. Методы использованы для описания ийолитов и уртитов Хибинского массива, Кольский полуостров. В современной систематике горных пород границы между ними большей частью условные и проводятся по содержаниям породообразующих минералов, например, между ийолитами и уртитами – по содержанию нефелина и пироксена. Предлагаемое авторами строгое определение петрографической структуры позволяет ввести в петрографию конституционный принцип (структура + состав), успешно действующий в минералогии.

Для цитирования

Войтеховский Ю. Л. и др. Петрографические структуры: ийолиты и уртиты Хибин. Вестник МГТУ. 2021. Т. 24, № 2. С. 160–167. DOI: https://doi.org/10.21443/1560-9278-2021-24-2-160-167

In addition to the standard description of the structures and textures of crystalline rocks the

mathematical approaches have been proposed based on a rigorous determination of the petrographic structure through the probabilities of binary intergrain contacts. In general, the petrographic

structure is defined as an invariant aspect of rock organization, algebraically expressed by the

canonical diagonal form of the symmetric  $P_{ij}$  matrix and geometrically visualized by structural

indicatrices – surfaces of the  $2^{nd}$  order. The agreed nomenclature of possible petrographic structures for an *n*-mineral rock is simple: the symbol  $S_n^m$  means that there are exactly *m* positive numbers in

the canonical diagonal form of the  $P_{ij}$  matrix. New types of barycentric diagrams have been

proposed. To describe the massive texture, the concept of Hardy - Weinberg equilibrium has been

proposed. This boundary classifies barycentric diagrams into areas within which canonical types of

 $P_{ii}$  matrices and topological types of structural indicatrices are preserved. The change in the

organization of the rock within a type is quantitative, the transition from one type to another means

structural restructuring. The methods are used to describe ijolites and urtites of the Khibiny massif, the Kola Peninsula. In the modern taxonomy of rocks, the boundaries between them are mostly conditional and are drawn according to the contents of rock-forming minerals, for example, between ijolites and urtites – according to the contents of nepheline and pyroxene. The strict definition of the petrographic structure proposed by the authors makes it possible to introduce into

# Petrographic structures: Khibiny ijolites and urtites

Yuri L. Voytekhovsky\*, Alena A. Zakharova

\*Geological Institute KSC RAS, Apatity, Murmansk region, Russia; Saint Petersburg Mining University, Saint Petersburg, Russia; e-mail: woyt@geoksc.apatity.ru, ORCID: https://orcid.org/0000-0002-5380-9191

Article info

Abstract

Received 15.01.2021;

received in revised form 26.04.2021

*Key words:* rock, ijolite, urtite, structure, texture, probability matrix, indicatrix, trend, Hardy – Weinberg equilibrium

# For citation

petrography the constitutional principle (structure + composition), which is successfully acting in mineralogy.
Voytekhovsky, Yu. L. et al. 2021. Petrographic structures: Khibiny ijolites and urtites. *Vestnik of MSTU*, 24(2), pp. 160–167. (In Russ.) DOI: https://doi.org/10.21443/1560-9278-2021-24-2-160-167

#### Введение

При изучении горной породы прежде всего уделяется внимание ее организации из минеральных фаз, обозначаемой терминами "структура" и "текстура". При более глубоком исследовании модальный (объемный или весовой минеральный) и химический составы характеризуются количественно, но описание структур и текстур остается большей частью вербальным. Структура и текстура есть у любой горной породы. Их систематика, созданная поколениями геологов, использует индукцию, т. е. обобщение всевозможных характеристик составных частей горной породы: метрических (абсолютные и относительные размеры: афанитовая, мелко-, средне- и крупнозернистая, равно- и неравномернозернистая, порфировидная и порфировая структуры) и неметрических (панидио-, гипидио- и ксеноморфнозернистая, порфировидная и порфировая структуры) и неметрических (панидио-, гипидио- и ксеноморфнозернистая структуры) характеристик минеральных зерен, их форм (призматически-зернистая и спинифекс-структура), особенностей пространственных отношений минеральных зерен (пойкилитовая структура) и агрегатов (такситовая и полосчатая текстуры), а также непосредственных (т. е. видимых в микроскоп) генетических представлений (лепидогранобластовая структура). Таким образом структуру и текстуру трактуют учебники (*Марин, 2015*), словари (*Левинсон-Лессине и др., 1963; Петрографический словарь, 1981*) и различные нормативные документы<sup>1</sup> (*Петрографический кодекс..., 2008*).

Авторами настоящего исследования развиваются математические подходы – дедуктивный и моделирование, использующие естественное представление о кристаллической горной породе как системе минеральных зерен разных видов, контактирующих по два (в объеме – по поверхностям, в шлифе – по линиям), три (в объеме – по линиям, в шлифе – в точках) и четыре зерна (в объеме – в точках, вероятность попадания в шлиф равна нулю). Особенность подходов – смещение акцента с элементов системы на их отношения – вероятности (рассчитанные в шлифах как частоты) различных бинарных и тернарных межзерновых контактов. Дедуктивный подход позволяет строго, в несложных математических терминах (алгебра матриц, теория квадратичных форм) определить категории петрографических структур, построить их исчерпывающую классификацию и согласованную номенклатуру, ввести в обиход структурные барицентрические диаграммы нового типа. Моделирование дает возможность заполнить барицентрические диаграммы идеальными трендами структур и текстур, так как определены типы минеральных агрегатов и их насыщение в пространстве (матрице) горной породы. Сравнение стандартного и предлагаемых подходов выполнено на образцах ийолитов и уртитов Хибинского массива, Кольский полуостров.

## Материалы и методы

## Индукция

На месторождении Коашва (Восточный рудник ОАО "Апатит", Хибины) из керна скв. 2843 на глубинах от 2,5 до 100 м взяты образцы горных пород ряда ийолит-уртит. Породообразующие минералы – нефелин (55–85 %, подсчитано планиметрическим методом в шлифах) и эгирин-авгит (30–10 %), второстепенный – титанит (до 10 %), акцессорные – апатит, К-Na полевой шпат, астрофиллит, лампрофиллит, рудные (1–2 %), вторичные по нефелину – канкринит и цеолиты. Текстура массивная, структура гипидиоморфнозернистая, реже панидиоморфнозернистая с элементами пойкилитовой (рис. 1). В принципиальных чертах стандартное описание этим исчерпывается.



Рис. 1. Петрографический шлиф уртита и его прорисовка (желтый – титанит; серый – нефелин; зеленый – эгирин-авгит; коричневый – биотит; фиолетовый – апатит) Fig. 1. Petrographic section of urtite and its outline (yellow – titanite, gray – nepheline, green – aegirine-augite, brown – biotite, purple – apatite)

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> Классификация и номенклатура плутонических (интрузивных) горных пород. М., 1975. 25 с.

#### Дедукция

Система бинарных контактов в *n*-минеральной горной породе представлена как *n*-арный автоморфизм множества  $\{m_i\}_{i=1}^{n}$  минералов, слагающих горную породу:

$$\sum_{i, j=1}^{n} p_{ij} m_i m_j = \left\{ m_i \right\}_{1}^{n} \xrightarrow{P_{ij}} \left\{ m_i \right\}_{1}^{n}.$$

Сумма вероятностей  $p_{ii}$  всех типов межзерновых контактов  $m_i m_i (= 1)$  показана в форме

$$\sum_{i, j=1}^{n} p_{ij} m_{i} m_{j} = \begin{bmatrix} m_{1} \ m_{2} \ \dots \ m_{n} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_{11} \ p_{12} \ \dots \ p_{1n} \\ p_{21} \ p_{22} \ \dots \ p_{2n} \\ \dots \ \dots \ \dots \\ p_{n1} \ p_{n2} \ \dots \ p_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} m_{1} \\ m_{2} \\ \dots \\ m_{n} \end{bmatrix}.$$

Откуда следует важная роль симметрической матрицы  $P_{ij}$ , выражающей организацию (но еще не структуру) горной породы (*Войтеховский, 1995*). В простейшем случае биминеральной горной породы вероятности { $p_{11}$ ,  $p_{12}$ ,  $p_{22}$ } бинарных контактов можно показать в барицентрическом треугольнике, вероятности { $p_{111}$ ,  $p_{112}$ ,  $p_{122}$ ,  $p_{222}$ } тернарных контактов – в барицентрическом тетраэдре (рис. 2). Это новые типы структурных диаграмм в петрографии.





В ходе дальнейшего анализа важно обсудить массивную текстуру горных пород, которая только кажется очевидной. "Массивная текстура, Науман – текстура пород зернистой структуры без особой ориентировки составных частей, однородных во всех направлениях. См. беспорядочнозернистая структура. <...> Беспорядочнозернистая структура, Розенбуш – структура без определенной ориентировки зерен, т. е. одинаковая во всех направлениях; типичная структура пород массивной текстуры" (*Левинсон-Лессине и др., 1963, с. 42, 189*). В данных определениях применительно к массивной текстуре (и, вероятно, только к ней) категории текстуры и структуры отождествляются, ибо здесь составные части сводятся к минеральным зернам. Но особенность массивной текстуры заключается не только в этом. Среди петрографических структур и текстур лишь она определяется математически строго как равновесие Харди – Вайнберга (далее X-B) вероятностей  $p_{ij}$  разных межзерновых контактов при заданных вероятностях  $p_i$  минеральных зерен разных видов в *п*-минеральной горной породе:

$$(p_1m_1 + \ldots + p_nm_n)^2 = \sum p_{ij}m_im_j,$$

где  $p_{ii} = p_i^2$ ,  $p_{ij} = 2p_i p_j$ . Равновесие X-В устанавливает идеальное перемешивание минеральных зерен в пространстве горной породы.

Поясним применение в петрографии математического аппарата, разработанного генетиками для анализа смешений родительских генов в потомстве. Смысл его заключается вовсе не в наследовании признаков, будь то живые организмы или горные породы одного семейства, происходящие из одной исходной магмы, или конвергентные им горные породы, образовавшиеся в сходных условиях. Авторов интересует именно формальный математический аппарат, найденный независимо Г. Х. Харди (Англия) и В. Вайнбергом (Германия): если даны взаимодействующие агенты в парциальных долях  $p_i$  и  $p_j$ , то приведенные выше формулы позволяют рассчитать их идеальное перемешивание, т. е. баланс различных взаимодействий. Отклонение от такового в генетике рассматривается как "дрифт". Именно таким образом рассчитываются равновесия химических реакций, смешений родительских генов в потомстве, баланс хищников и жертв в биологических популяциях, а также вероятности различных межзерновых контактов в данной статье.

Для биминеральных горных пород линия равновесия X-B задается соотношением  $p_{11}p_{22} = (p_{12}/2)^2$ в барицентрическом треугольнике (рис. 2). Неожиданность состоит в том, что массивные текстуры образуют не поле диаграммы, а границу, на которую фигуративная точка реальной текстуры (для которой подсчитаны  $p_{11}$ ,  $p_{22}$ ,  $p_{12}$ ) попасть не может. Это кажется странным, ведь массивные текстуры известны во всех классах горных пород. Но, как показано, отнесение текстуры к массивной – статистическая задача, каждый раз решаемая с помощью критериев согласия. Авторами рассчитана линия равновесия X-B и в барицентрическом тетраэдре (рис. 2). Ради простоты изложения принципиальных моментов далее используются вероятности бинарных контактов и барицентрический треугольник.

Линия равновесия X-B – важная классификационная граница в барицентрическом треугольнике: для всех точек ниже ее  $p_{11}p_{22} > (p_{12}/2)^2$ , выше –  $p_{11}p_{22} < (p_{12}/2)^2$ . Для каждой точки диаграммы квадратичная форма  $\sum p_{ij}m_im_j$  определяет одну из структурных индикатрис – центральных линий 2-го порядка: ниже линии X-B – эллипс, выше – гиперболу, на линии – пару параллельных прямых. Соответствующая классификационная граница (*K*-поверхность) построена и в барицентрическом тетраэдре (рис. 2). Тип индикатрисы устойчив в пределах поля диаграммы, меняется лишь ее геометрия (от точки к точке эллипс и гипербола поворачиваются в системе координат  $\{m_1, m_2\}$ , изменяются их эксцентриситеты). В общем случае петрографическию структуру можно определить как инвариантный аспект организации горной породы, алгебраически выражаемую канонической диагональной формой симметрической матрицы  $P_{ij}$  и геометрически визуализуемую структурными индикатрисами – поверхностями 2-го порядка (*Boйmexoвский, 2000*). Согласованная номенклатура возможных петрографических структур для *n*-минеральной горной породы проста: символ  $S_n^m$  означает, что в канонической диагональной форме матрицы  $P_{ij}$  ровно *m* положительных чисел.

## Моделирование

В статье (*Войтеховский и др., 2020*) моделирование предложено в качестве нового метода изучения структур и текстур горных пород. Всякая модель специализирована в отношении некоторых характеристик объекта. Авторами использованы вероятности бинарных контактов в биминеральных горных породах. Показано, что при фиксированных кластерах и их насыщении в матрице классические структуры (вкрапленные, порфировидные, порфировые, с ветвящимися кластерами, цепочечные, пойкилитовые) и текстуры (шлировые, полосчатые) образуют тренды, закономерно заполняющие барицентрический треугольник (рис. 3). В горных породах формы кластеров строго не определены. Тем не менее фигуративные точки их структур и текстур должны закономерно располагаться между некоторыми идеальными трендами.



Рис. 3. Барицентрическая диаграмма вероятностей  $(p_{ii}, p_{jj}, p_{ij})$ . Модельные структуры и текстуры: 1 – вкрапленная; 2 – цепочечная; 3 – порфировые (d – диаметр фенокриста); 4 – шлировые(количества зерен в шлирах указаны числами); 5 – с ветвящимися кластерами;6 – пойкилитовые; 7 – линия равновесия Харди – Вайнберга $Fig. 3. Barycentric diagram of <math>(p_{ii}, p_{jj}, p_{ij})$  probabilities. Model structures and textures: 1 – disseminated, 2 – chained, 3 – porphyric (d – the diameter of phenocryst), 4 – schlieren (quantities of grains in the schlierens are indicated by numbers), 5 – with brunching clusters, 6 – poikilitic; 7 – the Hardy – Weinberg equilibrium line

## Результаты и обсуждение

Для девяти образцов горных пород Хибинского массива в петрографических шлифах найдены числа различных бинарных межзерновых контактов. Так, для одного из них (образец 1 на рис. 4):

$$\begin{bmatrix} 559 & 157,5 & 4 & 24,5 \\ 157,5 & 6 & 1,5 & 5 \\ 4 & 1,5 & 0 & 1 \\ 24,5 & 5 & 1 & 4 \end{bmatrix},$$

где первые строка и столбец соответствуют нефелину, вторые – эгирин-авгиту, третьи – акцессорным минералам в целом, четвертые – титаниту; порядок строк и столбцов не важен, но важно, чтобы матрица была симметрической. Приведением к диагональному виду (*Боревич, 1988; Гантмахер, 1988*) установлено, что образцы 1, 6–9 имеют структуру  $S_4^2$ , образцы 2–5 – структуру  $S_4^3$ . Для их визуализации нужны многомерные барицентрические диаграммы. Поэтому далее девять исходных матриц сведены к "биминеральным" последовательным противопоставлением нефелина, эгирина и титанита матрице, т. е. всем остальным минералам в целом. Так, объединением строк и столбцов из данной матрицы получаем три матрицы:

$$\begin{bmatrix} 559 & 186 \\ 186 & 25 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 6 & 164 \\ 164 & 622 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 4 & 30, 5 \\ 30, 5 & 891 \end{bmatrix}.$$

Приводя их к диагональному виду (для матриц  $2 \times 2$  – посредством подсчета определителей), получим, что две первые отвечают структуре  $S_2^{-1}$ , третья –  $S_2^{-2}$ , т. е. положение титанита в матрице образца 1 радикально отличается от положения нефелина и эгирин-авгита. Наоборот, установлено, что в образце 6 структурная роль всех трех минералов та же ( $S_2^{-1}$ ). Результаты показаны в барицентрических треугольниках на рис. 4. Их анализ в сравнении с идеальными трендами (рис. 3) обнаруживает важные особенности.

(1) На всех диаграммах фигуративные точки образуют компактные поля: на рис. 4 (справа) – поле, тяготеющее к линии равновесия Х-В (массивная текстура) при очень редких срастаниях титанита; на рис. 4 (в центре) – совпадающее с трендом пойкилитовых структур; на рис. 4 (слева) – поле между ними, покрывая тренд шлировых текстур с небольшим числом минеральных зерен в агрегатах. Эти особенности организации видны на рис. 1. По сравнению со стандартным описанием барицентрические диаграммы позволяют охарактеризовать их количественно.

(2) По соотношению эгирин-авгита и матрицы (рис. 4, в центре) все девять образцов уверенно относятся к структурному типу  $S_2^{1}$  (индикатриса – гипербола). На двух других диаграммах некоторые точки попадают в поле структур  $S_2^{2}$  (индикатриса – эллипс), например, точки 2 и 3 (рис. 4, слева). Но 2 – это уртит, 3 – ийолит, т. е. разные породные типы, выделенные по содержаниям нефелина и эгирин-авгита, могут иметь одинаковые структуры. И наоборот, в одном породном типе возможны разные структуры: ийолиты 1 и 3, уртиты 2 и 4 (рис. 4, слева). Но заметим, что принятый в минералогии конституционный принцип требует отнесения природных кристаллических фаз с разными структурами к разным минеральным видам. Применяя тот же принцип к горным породам, мы должны отнести ийолит 3 и ийолиты 1, 9 к разным породным типам. Это важно в связи с тем, что границы между ийолитами и уртитами по содержанию нефелина строго не определены. Соотношения модального состава и структуры горной породы (при строгом определении категории структуры) напоминают изоморфизм и полиморфизм в кристаллохимии.

(3) Предыдущее замечание указывает на важность положения фигуративной точки структуры относительно линии равновесия Х-В (и других классификационных границ, которые появляются в барицентрическом тетраэдре и многомерных симплексах при рассмотрении *n*-минеральных структур и статистик тернарных межзерновых контактов). Так, нет абсолютной уверенности в положении фигуративных точек в поле структуры  $S_2^2$  (рис. 4, слева и справа). Для принципиального решения вопроса следовало бы увеличить статистику  $P_{ij}$ , изучив больше шлифов для соответствующих образцов. (На математическом языке – совершить предельный переход от эмпирических частот к вероятностям.)



Рис. 4. Фигуративные точки структур ийолитов и уртитов Хибинского массива в барицентрическом треугольнике вероятностей бинарных контактов: н – нефелин; т – титанит; э – эгирин; м – матрица; образцы 1, 3, 9 – ийолиты; образцы 2, 4–8 – уртиты Fig. 4. Figurative points of the structures of ijolites and urtites of the Khibiny massif in the barycentric triangle of probabilities of binary contacts. Letters indicate: н – nepheline, т – titanite, э – aegirine, м – matrix; samples 1, 3, 9 – ijolites, samples 2, 4–8 – urtites

## Заключение

Развиваемый авторами анализ петрографических структур и текстур на основе статистик бинарных и тернарных межзерновых контактов имеет термодинамическую основу. Межзерновые границы в горных породах (а также металлах и сплавах) рассматриваются многими авторами как граничные дефекты кристаллических структур, зоны обрыва химических связей и каналы свободной энергии (*Салтыков, 1958; Жабин, 1979; Беленький, 1980; Вернон, 1980; Бродская, 1988*). После установления в горной породе физикохимического равновесия наступает период дополнительной минимизации их свободной энергии. При описании межзерновых границ целесообразно учесть их протяженность, в физическом приближении – удельные свободные энергии. В этом видится перспектива развития метода.

Три подхода к описанию петрографических структур и текстур (индуктивный, дедуктивный, моделирование) дополняют друг друга. Стандартный подход идейно исчерпан, два других – на стадии разработки. Надо признать, что получаемые количественные характеристики еще предстоит по мере

возможности приспособить для генетических реконструкций. Исторический пример – кристаллохимия, постепенно наполняющая физическими интерпретациями изначально геометрические (впрочем, столь же алгебраические) кристаллографические модели (решетки, правильные системы точек, точечные и пространственные группы симметрии и т. д.).

## Благодарности

Авторы благодарят рецензента за конструктивные замечания, способствовавшие более точному изложению результатов исследования.

#### Конфликт интересов

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

## Библиографический список

Беленький В. З. Геометрико-вероятностные модели кристаллизации. Феноменологический подход. М. : Наука, 1980. 88 с.

Боревич З. И. Определители и матрицы. М. : Наука, 1988. 184 с.

- Бродская Р. Л. Термодинамические (кинетические) критерии формирования и эволюции структуры минеральных агрегатов // Записки всесоюзного минералогического общества. 1988. Т. 117, № 5. С. 623–633.
- Вернон Р. Х. Метаморфические процессы. Реакции и развитие микроструктуры. М. : Недра, 1980. 228 с.
- Войтеховский Ю. Л. Приложение теории квадратичных форм к проблеме классификации структур полиминеральных горных пород // Известия высших учебных заведений. Геология и разведка. 1995. № 1. С. 32–42.

Войтеховский Ю. Л. Количественный анализ петрографических структур: метод структурной индикатрисы и метод вычитания акцессориев // Геология и разведка. 2000. № 1. С. 50–54.

Войтеховский Ю. Л., Захарова А. А. Моделирование петрографических структур // Вестник геонаук. 2020. № 10(310). С. 38–42. DOI: https://doi.org/10.19110/geov.2020.10.5.

Гантмахер Ф. Р. Теория матриц. 5-е изд. М. : Физматлит, 2010. 559 с.

Жабин А. Г. Онтогения минералов. Агрегаты. М. : Наука, 1979. 275 с.

- Левинсон-Лессинг Ф. Ю., Струве Э. А. Петрографический словарь Ф. Ю. Левинсон-Лессинга и Э. А. Струве. М. : Госгеолтехиздат, 1963. 448 с.
- Марин Ю. Б. Петрография. СПб. : Нац. минерально-сырьевой ун-т "Горный", 2015. 408 с.
- Петрографический кодекс России. Магматические, метаморфические, метасоматические, импактные образования : утвержден МПК 10 января 2008 г. / отв. ред. Л. Н. Шарпенок. СПб. : ВСЕГЕИ, 2008. 200 с. Петрографический словарь / под ред. В. П. Петрова и др. М. : Недра, 1981. 496 с.

Салтыков С. А. Стереометрическая металлография. М. : Металлургиздат, 1958. 446 с.

#### References

- Belen'ky, V. Z. 1980. Geometric-probabilistic models of crystallization. Phenomenological approach. Moscow. (In Russ.)
- Borevich, Z. I. 1988. Determinants and matrices. Moscow. (In Russ.)
- Brodskaya, R. L. 1988. Thermodynamic (kinetic) criteria of the formation and evolution of the structures of mineral aggregates. *Zapiski vsesoyuznogo mineralogicheskogo obshchestva*, 117(5), pp. 623–633. (In Russ.)

Vernon, R. H. 1980. Metamorphic processes. Reactions and microstructure development. Moscow. (In Russ.)

- Voytekhovsky, Yu. L. 1995. Application of the quadratic forms theory to the problem of classification of polymineral rock structures. *Proceedings of higher educational establishments. Geology and Exploration*, 1, pp. 32–42. (In Russ.)
- Voytekhovsky, Yu. L. 2000. Quantitative analysis of petrographic structures: The method of structural indicatrix and the method of subtraction of accessories. *Proceedings of higher educational establishments. Geology and Exploration*, 1, pp. 50–54. (In Russ.)
- Voytekhovsky, Yu. L., Zakharova, A. A. 2020. Modeling petrographic structures. *Vestnik of Geosciences*, 10(310), pp. 38–42. DOI: https://doi.org/10.19110/geov.2020.10.5. (In Russ.)

Gantmacher, F. R. 2010. Theory of matrices. Moscow. (In Russ.)

Zhabin, A. G. 1979. Ontogeny of minerals. Aggregates. Moscow. (In Russ.)

Levinson-Lessing, F. Yu., Struve, E. A. 1963. Petrographic dictionary of F. Yu. Levinson-Lessing and E. A. Struve. Moscow. (In Russ.)

Marin, Yu. B. 2015. Petrography. Saint Petersburg. (In Russ.)

Petrographic Code of Russia. Magmatic, metamorphic, metasomatic, impact rock-assemblages. 2008. Saint Petersburg. (In Russ.)

Petrographic dictionary. 1981. Eds. Petrov V. P. et al. Moscow. (In Russ.)

Saltykov, S. A. 1958. Stereometric metallography. Moscow. (In Russ.)

## Сведения об авторах

Войтеховский Юрий Леонидович – ул. Ферсмана, 14, г. Апатиты, Мурманская обл., Россия, 184209; Геологический институт КНЦ РАН, д-р геол.-минерал. наук, профессор, гл. науч. сотрудник; Васильевский остров, 21 линия, 2, г. Санкт-Петербург, Россия, 199106; Санкт-Петербургский горный университет, профессор;

e-mail: woyt@geoksc.apatity.ru, ORCID: https://orcid.org/0000-0002-5380-9191

**Yuri L. Voytekhovsky** – 14 Fersmana Str., Apatity, Murmansk region, Russia, 184209; Geological Institute KCS RAS, Dr Sci. (Geol. & Miner.), Professor, Chief Researcher; e-mail: woyt@geoksc.apatity.ru, ORCID: https://orcid.org/0000-0002-5380-9191;

Vasilyevsky Island, 2, 21 Line, Saint-Petersburg, Russia, 199106; Saint-Petersburg Mining University, Professor; e-mail: Voytekhovskiy YuL@pers.spmi.ru, ORCID: https://orcid.org/0000-0002-5380-9191

Захарова Алена Александровна – Васильевский остров, 21 линия, 2, г. Санкт-Петербург, Россия, 199106; Санкт-Петербургский горный университет, аспирант; e-mail: zakharova.alena27614@gmail.com, ORCID: https://orcid.org/0000-0002-9596-6996

Alena A. Zakharova – Vasilyevsky Island, 2, 21 Line, Saint-Petersburg, Russia, 199106; Saint Petersburg Mining University, PhD Student; e-mail: zakharova.alena27614@gmail.com, ORCID: https://orcid.org/0000-0002-9596-6996