

УДК 544.778.3

Процесс кристаллизации сахарозы в пересыщенном растворе

В. А. Грибкова, Е. В. Семенов, А. А. Славянский, Д. П. Митрошина*

**Московский государственный университет технологий и управления
им. К. Г. Разумовского (Первый казачий университет), г. Москва, Россия;
e-mail: d_mitr96@mail.ru, ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-8724-3368>*

Информация о статье *Реферат*

Поступила
в редакцию
29.03.2024;

принята
к публикации
13.05.2024

Ключевые слова:

кристаллизация,
сахароза,
уваривание,
сахар,
кристаллы

Процессы кристаллизации твердой фазы в пересыщенных растворах продуктов растительного происхождения применяются в технологиях перерабатывающих производств. Широкое распространение при решении задач усовершенствования технологий получила теория диффузионного (молекулярного) переноса массы целевой субстанции. Движущей силой данного процесса является перепад концентрации твердой фазы в растворе в направлении к центру кристаллизации, где концентрация твердой фазы понижена. В ходе аналитического и количественного исследования процесса осаждения твердой фазы в центре кристаллизации использованы диффузионные законы Фика; рассмотрено влияние на протекание данного процесса температуры раствора, концентрации твердой фазы, ее геометрии и дисперсного состава. На основе диффузионной модели процесса кристаллообразования сахарозы в вакуум-аппарате представлен численный анализ не освещенных в литературе факторов технологии получения сахара. Проблема количественного анализа процесса кристаллизации сахарозы в рабочем объеме вакуум-аппарата для получения сахара и других продуктов растительного происхождения высоких товарных кондиций требует дальнейшего углубленного изучения.

Для цитирования

Грибкова В. А. и др. Процесс кристаллизации сахарозы в пересыщенном растворе. Вестник МГТУ. 2024. Т. 27, № 2. С. 184–192. DOI: <https://doi.org/10.21443/1560-9278-2024-27-2-184-192>.

The process of sucrose crystallization in the supersaturated solution

Vera A. Gribkova, Eugene V. Semenov, Anatoly A. Slavyanskiy, Daria P. Mitroshina*

**Razumovsky Moscow State University of Technology and Management
(First Cossack University), Moscow, Russia;
e-mail: d_mitr96@mail.ru, ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-8724-3368>*

Article info

Received
29.03.2024;

accepted
13.05.2024

Key words:

crystallization,
sucrose,
boiling,
sugar,
crystals

Abstract

Crystallization processes of the solid phase in supersaturated solutions of products of plant origin are used in processing technologies. The theory of diffusion (molecular) mass transfer of the target substance has become widespread when solving problems of technology improvement. The driving force of this process is the difference in the concentration of the solid phase in the solution towards the crystallization center, where the concentration of the solid phase is reduced. During the analytical and quantitative study of the process of solid phase deposition in the crystallization center, Fick's diffusion laws have been used. The influence of solution temperature, concentration of the solid phase, its geometry and dispersed composition on the course of this process have been considered. Based on a diffusion model of the process of crystal formation of sucrose in a vacuum apparatus, a numerical analysis of factors in sugar production technology not covered in the literature has been presented. The problem of quantitative analysis of the process of sucrose crystallization in the working volume of a vacuum apparatus for the production of sugar and other products of plant origin of high commercial standards requires further in-depth study.

For citation

Gribkova, V. A. et al. 2024. The process of sucrose crystallization in the supersaturated solution. *Vestnik of MSTU*, 27(2), pp. 184–192. (In Russ.) DOI: <https://doi.org/10.21443/1560-9278-2024-27-2-184-192>.

Введение

Процессы кристаллизации твердой фазы целевой субстанции (ЦС) в пересыщенных растворах продуктов растительного происхождения широко распространены в технологиях перерабатывающих производств агропромышленного комплекса (АПК). В области исследования процессов химической технологии известен ряд теорий, объясняющих явление конденсации твердой фазы (сахарозы, соли и др.) в водном растворе: ортокINETическая коагуляция, диффузионный перенос и др.

Молекулярно-кинетическая теория термофлуктуационного зародышеобразования, основанная на термодинамических представлениях о возникновении новой фазы и законах физико-химической кинетики, рассматривается в работах (*Хворова и др., 2019; Семенов и др., 2004, 2003; Славянский и др., 1996, 2005; Штерман и др., 2010*). Проблеме анализа процесса кристаллизации сахарозы посвящены исследования (*Jun et al., 2022; Karthika et al., 2016; Wu et al., 2022; Sosso et al., 2016; Osman et al., 2023* и др.).

В ряде работ (*Семенов и др., 2021; Kim et al., 2023; Ibis et al., 2024*) проблема кристаллообразования исследуется с использованием закона Фика и уравнения диффузионного массопереноса. На основе вытекающих из данной математической модели аналитических зависимостей дается количественная оценка некоторых технологических особенностей явления кристаллообразования в сахарном растворе в промышленных условиях: степени обессахаривания раствора в процессе кристаллообразования; скорости роста кристаллов сахара (значит, и производительности вакуум-аппарата) в зависимости от фактора времени; пересыщения раствора и др. (*Лебедева, 2013*).

В настоящее время в рамках такого подхода не выяснены вопросы воздействия на кристаллообразование процесса уменьшения объема межкристалльного раствора вследствие роста в нем кристаллов; установления расчетной зависимости времени кристаллизации раствора от относительной концентрации и влияния качества сиропа на расчет процесса кристаллизации.

Согласно теоретическим и экспериментальным исследованиям рост кристаллов сахарозы при температуре $T > 50$ °С происходит в диффузионно-контролируемой области процесса, что обусловлено диффузионным массопереносом вещества в межкристалльном растворе к поверхности кристалла. Затем на поверхности кристалла адсорбируются молекулы сахарозы, развиваются процессы поверхностной диффузии и встраивания (дислокации) в кристаллическую решетку этих кристаллов (*Лебедева, 2013*).

С целью интенсификации процесса кристаллообразования в неустойчивую систему (коэффициент пересыщения $K_{пер} = 1,25-1,3$) вводят центры кристаллизации сахарозы в виде тонкоизмельченной сахарной пудры, в результате чего образуются новые центры кристаллизации. При этом для получения кристаллов сахара среднего размера (3 000 шт в 1 г) необходимо, чтобы центры кристаллизации располагались примерно на расстоянии $2h = 0,2$ мм друг от друга (*Штерман и др., 2010; Лебедева, 2013*). При обосновании научных положений представленной работы указанный геометрический фактор по распределению частиц сахарозы в вакуум-аппарате по их крупности и концентрации в утфеле полагается в основу количественного анализа изучаемого процесса.

На основе количественного анализа диффузионной модели процесса кристаллообразования сахарозы в вакуум-аппарате представлен анализ не освещенных ранее в литературных источниках особенностей технологии получения сахара, таких как количественное влияние чистоты сахарсодержащего раствора (собственно несахаров) на процесс кристаллизации белого сахара, а также зависимость скорости роста кристаллов сахара от времени протекания этого процесса.

Материалы и методы

При решении поставленной задачи приняты в качестве исходных данных интервал между пробными частицами $h = 5 \cdot 10^{-5}$ м; коэффициенты насыщения и пересыщения $c_n = 0,7$ и $c_{п} = 0,8$ соответственно; коэффициент диффузии $D = 10^{-10} \cdot 20$ м²/с.

В настоящее время в силу относительной простоты и ясности методического подхода к решению исследуемой проблемы при выявлении особенностей процесса кристаллообразования использовалось научное положение, основанное на концепции диффузионного переноса молекул из области раствора с высокой концентрацией сахарозы в область с более низким ее содержанием (*Лебедева, 2013*).

При формализации физической модели поставленной задачи дополнительно исходили из допущения о том, что кристаллы сахарозы в процессе роста имеют форму удлиненного параллелепипеда и сохраняют примерно одинаковые размеры. Предположительно, исходный пересыщенный раствор содержит большое количество молекул и частиц сахарозы настолько малого размера (порядка ангстрема и менее), чтобы они диффундировали к поверхности кристалла.

Согласно принятым предположениям, приближенным к реальным условиям, истощение раствора сахарозой за счет роста массы сахара на кристаллах обусловлено в основном явлением диффузионного переноса.

Пренебрегая анизотропией роста кристалла по различным направлениям, в качестве приближенной модели кристалла выбрали ограниченное плоскостью $x = h$ полупространство $x > h$, к которому из полупространства $0 \leq x \leq h$ мигрируют за счет диффузии молекулы сахарозы из раствора (рис. 1).

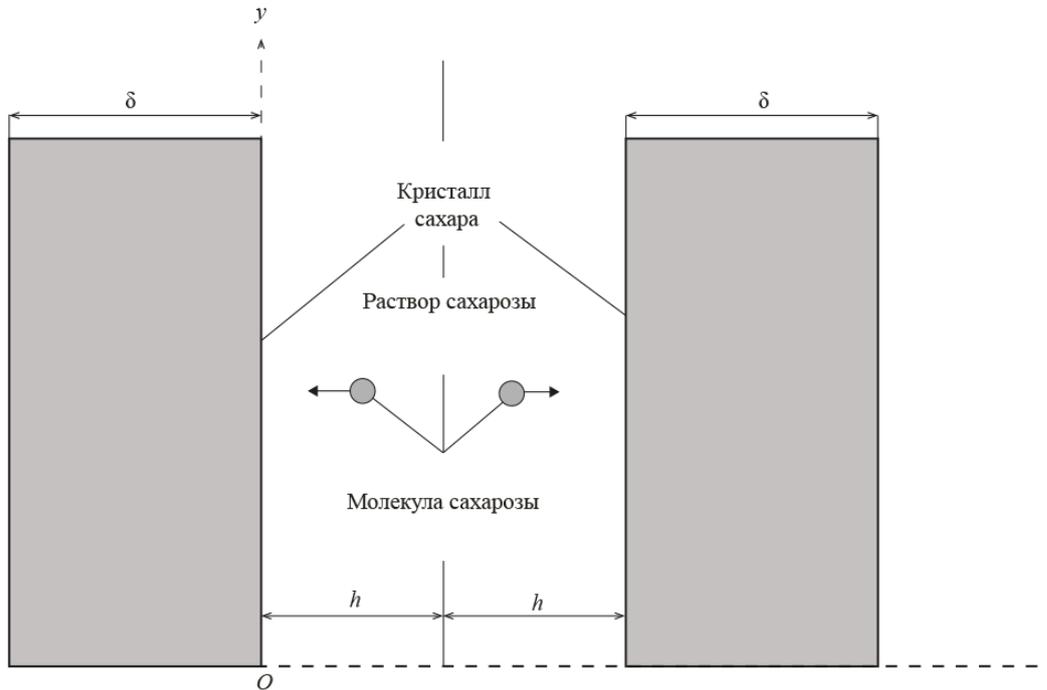


Рис. 1. Схема к расчету диффузионного осаждения молекул сахарозы на поверхности кристаллов
 Fig. 1. Scheme for calculating the diffusion deposition of sucrose molecules on the surface of their crystals

Тогда на базе принятой модели массопереноса в качестве расхода (потока концентрации) сахарозы по оси x приняли условие (Семенов и др., 2002)

$$J = -D\partial c/\partial x, \quad (1)$$

где c – объемная концентрация сахарозы; D – коэффициент диффузии.

На основе закона сохранения массы и с учетом выражения (1) для исследования задачи о росте кристалла сахарозы в направлении оси x пришли к кинетическому уравнению диффузии по концентрации c

$$\frac{\partial c}{\partial t} = D \frac{\partial^2 c}{\partial x^2}, \quad (2)$$

где t – время.

В ходе исследования приняли начальное условие для концентрации c

$$c(x, 0) = c_n \quad (0 < x < h), \quad (3)$$

где c_n – концентрация пересыщенного раствора.

Граничные условия по c выбирали в виде

$$c(0, t) = c_n \quad (0 < t < \infty), \quad \partial c(h, t) / \partial x = 0, \quad (4)$$

где c_n – концентрация насыщенного раствора.

Решением краевой задачи (2)–(4) является выражение (Сапронов, 1999)

$$c(x, t) = c_n + \Delta c \varphi(x, t), \quad (5)$$

где

$$\varphi(x, t) = \frac{4}{\pi} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{2n+1} \exp\left[-\frac{(2n+1)^2 \pi^2 D t}{4h^2}\right] \sin \frac{(2n+1)\pi x}{2h}; \quad (6)$$

$\Delta c = c_n - c_n > 0$ – концентрация пересыщения (разность концентраций); $\varphi(x, t)$ – приведенная объемная концентрация сахарозы.

Входящее в формулу (1) и используемое в дальнейших расчетах выражение производной $\partial c / \partial x$ в соответствии с решением (5), (6) имеет вид

$$\frac{\partial c}{\partial x} = \Delta c \frac{\partial \varphi}{\partial x}, \quad (7)$$

где

$$\frac{\partial \varphi}{\partial x} = \frac{2}{h} \sum_{n=0}^{\infty} \exp \left[-\frac{(2n+1)^2 \pi^2 D t}{4h^2} \right] \cos \frac{(2n+1)\pi x}{2h}. \quad (8)$$

В работе (Семенов и др., 2002) показано, что приращение в результате диффузионного переноса ΔR приведенного к размеру кристалла радиуса R частицы сахарозы за время τ подчиняется зависимости

$$\Delta R = D \int_0^{\tau} \frac{\partial c(0, t)}{\partial x} dt, \quad (9)$$

где в соответствии с формулами (7), (8)

$$\frac{\partial c(0, t)}{\partial x} = \frac{2}{h} \sum_{n=0}^{\infty} \exp \left[-\frac{(2n+1)^2 \pi^2 D t}{4h^2} \right] \quad (10)$$

или вследствие зависимости (9)

$$\Delta R = \frac{8h\Delta c}{\pi^2} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)^2} \left\{ 1 - \exp \left[-\frac{(2n+1)^2 \pi^2 D \tau}{4h^2} \right] \right\}, \quad (11)$$

откуда рассчитали удельное приращение (относительный рост) приведенного радиуса кристалла

$$\eta = \frac{\Delta R}{h} = \frac{8\Delta c}{\pi^2} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)^2} \left\{ 1 - \exp \left[-\frac{(2n+1)^2 \pi^2 D \tau}{4h^2} \right] \right\}. \quad (12)$$

Отметим, что полагаемое (по умолчанию) в формулах (5), (7), (11) выражение разности $\Delta c = \text{const}$ справедливо лишь в условиях реализации процесса кристаллизации для чистого раствора.

Принимая во внимание тот факт, что влияние на расчет процесса кристаллизации в сахаросодержащем растворе несахаров в дальнейшем учитывается, входящее в формулу $\Delta c = c_{\text{п}} - c_{\text{н}}$ значение $c_{\text{п}}$ концентрации пересыщения корректируется с учетом фактора чистоты Ч раствора.

Поскольку предметом исследования в настоящей статье является количественный анализ влияния несахаров на развитие процесса кристаллизации в сахаросодержащем растворе вакуум-аппарата, то этот фактор преобразуем с учетом зависимости (Сапронов, 1999) по определению так называемого коэффициента насыщения

$$K_{\text{нас}} = H / H_0, \quad (13)$$

где H – коэффициент пересыщения реального раствора, обогащенного редуцирующими веществами и другими несахарами; H_0 – коэффициент пересыщения идеального (чистого) раствора.

В рамках принятых в работе обозначений на основе формулы (13) использовали зависимость

$$c_{\text{п}} = H = H_0 K_{\text{нас}}, \quad (14)$$

и поэтому в расчетах по формулам (11), (12) вместо Δc приняли $\Delta c'$:

$$\Delta c' = H_0 K_{\text{нас}} - c_{\text{н}}. \quad (15)$$

Величины, показанные в зависимости (14) и заимствованные в работе (Сапронов, 1999), приведены в таблице.

Таблица. Коэффициенты насыщения сахарных растворов при температуре $T = 70$ °С
Table. Saturation coefficients of sugar solutions at temperature $T = 70$ °С

Чистота раствора, %	100,0	81,0	78,0	75,0	72,0
Коэффициент насыщения $K_{\text{нас}}$	1,0	1,0	1,03	1,07	1,13

Зависимости (11)–(15) и данные таблицы полагаются в основу количественного анализа при решении поставленной в ходе исследования задачи.

Результаты и обсуждение

Результаты расчетов зависимостей величины роста ΔR кристалла сахарозы от времени t (с учетом параметрической зависимости процесса кристаллизации от коэффициента $K_{\text{нас}}$ насыщения и чистоты Ч раствора) в графическом виде приведены на рис. 2 (температура раствора $T = 70$ °С; номера графиков: 1 – $\text{Ч} = 100$ %, $K_{\text{нас}} = 1,0$; 2 – $\text{Ч} = 81$ %, $K_{\text{нас}} = 1,00$; 3 – $\text{Ч} = 78$ %, $K_{\text{нас}} = 1,03$; 4 – $\text{Ч} = 75$ %, $K_{\text{нас}} = 1,07$; 5 – $\text{Ч} = 72$ %, $K_{\text{нас}} = 1,13$).

Результаты расчетов зависимостей относительной величины роста кристалла сахарозы $\Delta R \cdot 100/h$ от времени t (с учетом параметрической зависимости процесса кристаллизации от коэффициента насыщения

$K_{\text{нас}}$ и чистоты раствора Ч) в графическом виде приведены на рис. 3 (температура раствора $T = 70\text{ }^{\circ}\text{C}$; номера графиков: 1 – $\text{Ч} = 100\%$, $K_{\text{нас}} = 1,0$; 2 – $\text{Ч} = 81\%$, $K_{\text{нас}} = 1,00$; 3 – $\text{Ч} = 78\%$, $K_{\text{нас}} = 1,03$; 4 – $\text{Ч} = 75\%$, $K_{\text{нас}} = 1,07$; 5 – $\text{Ч} = 72\%$, $K_{\text{нас}} = 1,13$).

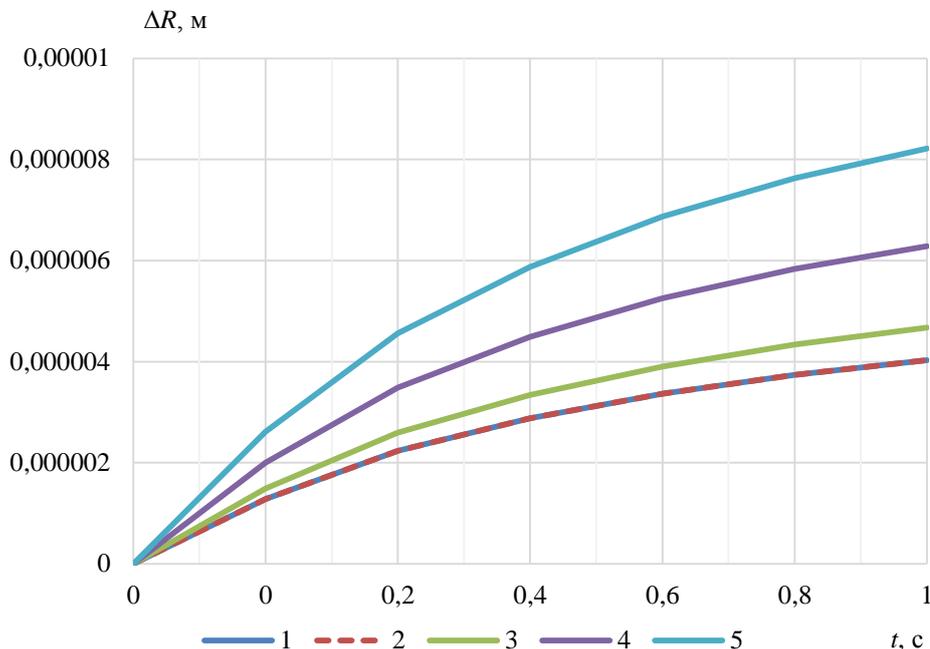


Рис. 2. Зависимости величины роста кристалла сахарозы от времени протекания этого процесса (с учетом параметрической зависимости процесса кристаллизации от коэффициента насыщения и чистоты раствора)
 Fig. 2. Dependences of the sucrose crystal growth rate on the time of this process (taking into account the parametric dependence crystallization process on the saturation coefficient and purity of the solution)

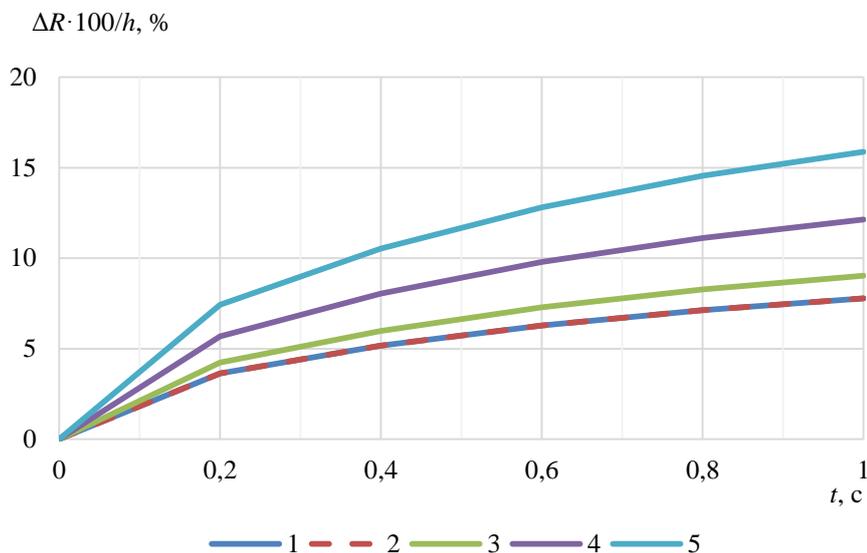


Рис. 3. Зависимости относительной величины роста кристалла сахарозы от времени протекания этого процесса (с учетом параметрической зависимости процесса кристаллизации от коэффициента насыщения и чистоты раствора)
 Fig. 3. Dependence of the relative magnitude of sucrose crystal growth on the time of this process (taking into account the parametric dependence of the crystallization process on the saturation coefficient and purity of the solution)

Найденная численным путем закономерность поведения кривых (рис. 2 и 3) соответствует физическому смыслу исследуемого явления. Так, отмечается экспоненциальный рост кривых, когда входящий в выражение (14) коэффициент насыщения $K_{\text{нас}} = H/H_0$, фактически характеризующий содержание несахаров в растворе, увеличивается с течением времени проведения процесса кристаллизации.

Для оценки времени τ роста кристалла до заданного размера в зависимости от чистоты раствора требуется выразить τ из формулы (11), что может быть выполнено лишь численным путем, например, с использованием программных продуктов современных информационных технологий.

Данная задача решается с использованием уравнения

$$\Phi(\tau, D, K_{\text{нас}}, t, \varepsilon) = \Delta R(\tau, D, K_{\text{нас}}, t) - \varepsilon = 0, \quad (16)$$

где t – пробный момент времени.

В соответствии с уравнением (16) определим τ в символьном виде

$$\tau = \Phi^{-1}(\tau, D, K_{\text{нас}}, t, \varepsilon). \quad (17)$$

В алгоритмической системе Mathcad уравнение (17) разрешается на базе алгоритма *root* (Vasileva et al., 2023).

По аналогии с численным моделированием кривых (рис. 2 и 3) проведем расчеты на базе зависимости (17).

Результаты оценки времени τ роста кристалла до заданного размера в зависимости от чистоты раствора отражены в графическом виде на рис. 4 (температура раствора $T = 70$ °С; номера графиков: 1 – Ч = 81 %, $K_{\text{нас}} = 1,00$; 2 – Ч = 78 %, $K_{\text{нас}} = 1,03$; 3 – Ч = 75 %, $K_{\text{нас}} = 1,07$).

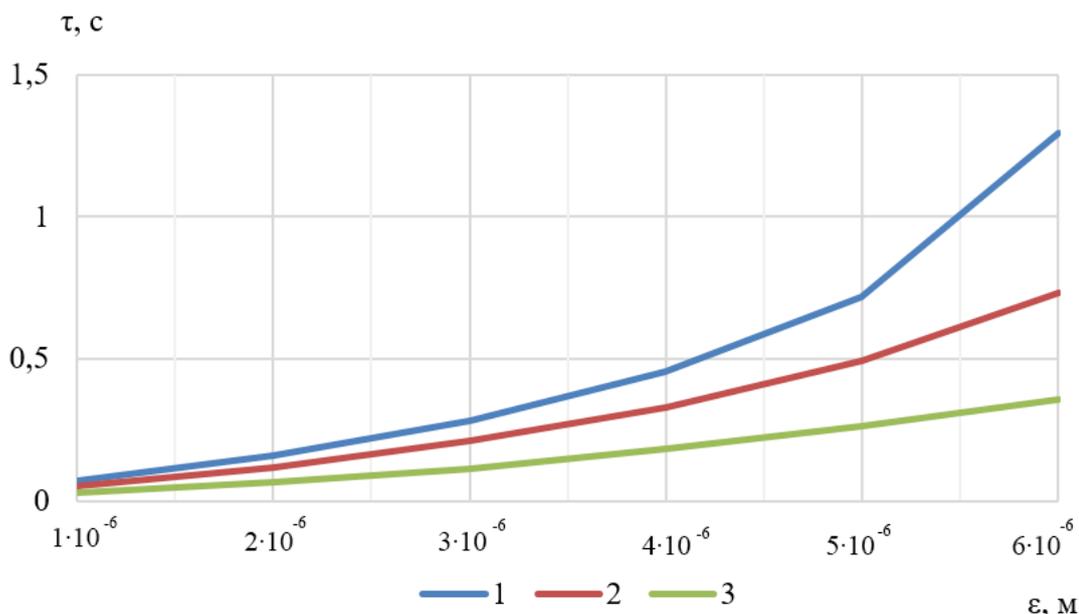


Рис. 4. Оценка времени роста кристалла до заданного размера в зависимости от чистоты раствора (с учетом параметрической зависимости процесса кристаллизации от коэффициента насыщения и чистоты Ч раствора)

Fig. 4. Estimation of the time of crystal growth to the given size depending on the purity of the solution (taking into account the parametric dependence of the crystallization process on the saturation coefficient and purity of the solution)

Результаты, отраженные кривыми (рис. 4), коррелируют с результатами расчета в виде кривых, показанных на рис. 2 и 3. Отмечается экспоненциальное возрастание кривых, когда входящий в зависимость (14) коэффициент насыщения $K_{\text{нас}} = H/H_0$ увеличивается с ростом кристалла при проведении процесса кристаллизации, а период обработки продукта развивается быстро и ограничивается временем порядка одной секунды.

Заключение

В ходе проведенного исследования в аналитической форме поставлена задача о количественном влиянии несахаров на эффективность процесса кристаллизации сахарозы в вакуум-аппарате и в явном

виде предложено ее решение. На основе полученного решения осуществлено численное моделирование (с использованием информационных технологий) зависимости роста кристалла сахарозы от времени и периода обработки продукта в процессе кристаллизации в присутствии несахаров. Результаты исследования могут быть использованы при обосновании режимных параметров процесса кристаллизации утфеля I (утфеля первой стадии последовательной кристаллизации) с целью получения кристаллического белого сахара необходимых товарных кондиций в продуктовых отделениях свеклосахарных заводов.

Конфликт интересов

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

Библиографический список

- Лебедева Н. Н. Разработка эффективной технологии уваривания утфеля первой кристаллизации: дис. ... канд. тех. наук: 05.18.05. Москва, 2013. 199 с.
- Сапронов А. Р. Технология сахарного производства. М. : Колос, 1999. 496 с.
- Семенов Е. В., Карамзин В. А., Новикова Г. Д. Методы расчетов гидромеханических процессов в пищевой промышленности. М. : МГУПП, 2002. 492 с.
- Семенов Е. В., Славянский А. А., Грибкова В. А., Митрошина Д. П. [и др.]. Моделирование процесса роста кристаллов сахарозы в сахаросодержащем растворе // Вестник Воронежского государственного университета инженерных технологий. 2021. Т. 83, № 1(87). С. 62–70. DOI: 10.20914/2310-1202-2021-1-62-70. EDN: MLFJKV.
- Семенов Е. В., Славянский А. А., Ильина В. В. Моделирование роста кристаллов сахарозы из ее растворов // Сахар. 2004. № 4. С. 37–40. EDN: XVEEON.
- Семенов Е. В., Славянский А. А., Мойсеяк М. Б., Штерман С. В. [и др.]. Кристаллизация сахарозы как диффузионный процесс // Сахар. 2003. № 1. С. 48–51. EDN: WIAWVV.
- Славянский А. А., Гаврилов А. М., Клименко Л. Л., Купреева В. И. Усовершенствование преддефекционной обработки диффузионного сока // Сахарная промышленность. 1996. № 1. С. 17–20. EDN: XVORUT.
- Славянский А. А., Мойсеяк М. Б., Диденко В. М., Петрова Л. С. Применение пищевых ПАВ для интенсификации технологических процессов продуктового отделения сахарного завода. М. : МГУПП, 2005. 22 с.
- Хворова Л. С., Баранова Л. В. Инновационные решения в технологии производства кристаллической глюкозы // Актуальная биотехнология. 2019. № 3(30). С. 668–671. EDN: ERNSDI.
- Штерман С. В., Каплин Л. А., Тужилкин В. И., Филиппов А. Н. Обобщенное расстояние между частицами при кристаллизации из растворов // Сахар. 2010. № 6. С. 54–59. EDN: MTBFAH.
- Ibis O. I., Bugday Y. B., Aljurf B. N., Goksu A. O. [et al.]. Crystallization of sucrose by using microwave vacuum evaporation // Journal of Food Engineering. 2024. Vol. 365. Article number: 111847. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.jfoodeng.2023.111847>.
- Jun Y.-S., Zhu Y., Wang Y., Ghim D. [et al.]. Classical and nonclassical nucleation and growth mechanisms for nanoparticle formation // Annual Review of Physical Chemistry. 2022. Vol. 73. P. 453–477. DOI: <https://doi.org/10.1146/annurev-physchem-082720-100947>.
- Karthika S., Radhakrishnan T. K., Kalaichelvi P. A review of classical and nonclassical nucleation theories // Crystal Growth & Design. 2016. Vol. 16, Iss. 11. P. 6663–6681. DOI: <https://doi.org/10.1021/acs.cgd.6b00794>.
- Kim S., Lee S. Y., Chang J. W., Yang D. R. Evaluation of the kinetics of unseeded batch cooling crystallization using population balance modeling: Sucrose and KNO₃ case studies // Journal of Industrial and Engineering Chemistry. 2023. Vol. 118. P. 544–554. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.jiec.2022.11.038>.
- Osman A., Rajab F. Exploring the dynamic growth of sugar crystals: A volume diffusion non-steady state model under variable conditions // AIP Advances. 2023. Vol. 13, Iss. 6. Article number: 065102. DOI: <https://doi.org/10.1063/5.0153275>.
- Sosso G. C., Chen J., Cox S. J., Fitzner M. [et al.]. Crystal nucleation in liquids: Open questions and future challenges in molecular dynamics simulations // Chemical Reviews. 2016. Vol. 116, Iss. 12. P. 7078–7116. DOI: <https://doi.org/10.1021/acs.chemrev.5b00744>.
- Vasileva N., Grigorev-Golubev V., Evgrafova I. Mathematical programming in Mathcad and Mathematica // E3S Web of Conferences. 2023. Vol. 419. V International Scientific Forum on Computer and Energy Sciences (WFCES 2023). Article number: 02007. DOI: <https://doi.org/10.1051/e3sconf/202341902007>.
- Wu K.-J., Tse E. C. M., Shang C., Guo Z. Nucleation and growth in solution synthesis of nanostructures – From fundamentals to advanced applications // Progress in Materials Science. 2022. Vol. 123. Article number: 100821. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.pmatsci.2021.100821>.

References

- Lebedeva, N. N. 2013. Development of an effective technology for boiling massecuite of the first crystallization. Ph.D. Thesis. Moscow. (In Russ.)
- Sapronov, A. R. 1999. Sugar production technology. Moscow. (In Russ.)
- Semenov, E. V., Karamzin, V. A., Novikova, G. D. 2002. Methods for calculating hydromechanical processes in the food industry. Moscow. (In Russ.)
- Semenov, E. V., Slavyansky, A. A., Gribkova, V. A., Mitroshina, D. P. et al. 2021. Modeling the process of growth of sucrose crystals in a sugar-containing solution. *Proceedings of the Voronezh State University of Engineering Technologies*, 83(1(87)), pp. 62–70. DOI: 10.20914/2310-1202-2021-1-62-70. EDN: MLFJKB. (In Russ.)
- Semenov, E. V., Slavyansky, A. A., Ilyina, V. V. 2004. Modeling the growth of sucrose crystals from its solutions. *Sahar*, 4, pp. 37–40. EDN: XVEEON. (In Russ.)
- Semenov, E. V., Slavyansky, A. A., Moiseyak, M. B., Sherman, S. V. et al. 2003. Crystallization of sucrose as a diffusion process. *Sahar*, 1, pp. 48–51. EDN: WIAWVV. (In Russ.)
- Slavyansky, A. A., Gavrilov, A. M., Klimenko, L. L., Kupreeva, V. I. 1996. Improvement of pre-defecation treatment of diffusion juice. *Sugar Industry*, 1, pp. 17–20. EDN: XVORUT. (In Russ.)
- Slavyansky, A. A., Moiseyak, M. B., Didenko, V. M., Petrova, L. S. 2005. Application of food surfactants to intensify technological processes in the food department of a sugar factory. Moscow. (In Russ.)
- Khvorova, L. S., Baranova, L. V. 2019. Innovative solutions in the production technology of crystalline glucose. *Aktualnaya Biotekhnologiya*, 3(30), pp. 668–671. EDN: ERNSDI. (In Russ.)
- Sherman, S. V., Kaplin, L. A., Tuzhilkin, V. I., Filippov, A. N. 2010. Generalized distance between particles during crystallization from solutions. *Sahar*, 6, pp. 54–59. EDN: MTBFAH. (In Russ.)
- Ibis, O. I., Bugday, Y. B., Aljurf, B. N., Goksu, A. O. et al. 2024. Crystallization of sucrose by using microwave vacuum evaporation. *Journal of Food Engineering*, 365. Article number: 111847. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.jfoodeng.2023.111847>.
- Jun, Y.-S., Zhu, Y., Wang, Y., Ghim, D. et al. 2022. Classical and nonclassical nucleation and growth mechanisms for nanoparticle formation. *Annual Review of Physical Chemistry*, 73, pp. 453–477. DOI: <https://doi.org/10.1146/annurev-physchem-082720-100947>.
- Karthika, S., Radhakrishnan, T. K., Kalaichelvi, P. 2016. A review of classical and nonclassical nucleation theories. *Crystal Growth & Design*, 16(11), pp. 6663–6681. DOI: <https://doi.org/10.1021/acs.cgd.6b00794>.
- Kim, S., Lee, S. Y., Chang, J. W., Yang, D. R. 2023. Evaluation of the kinetics of unseeded batch cooling crystallization using population balance modeling: Sucrose and KNO₃ case studies. *Journal of Industrial and Engineering Chemistry*, 118, pp. 544–554. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.jiec.2022.11.038>.
- Osman, A., Rajab, F. 2023. Exploring the dynamic growth of sugar crystals: A volume diffusion non-steady state model under variable conditions. *AIP Advances*, 13(6). Article number: 065102. DOI: <https://doi.org/10.1063/5.0153275>.
- Sosso, G. C., Chen, J., Cox, S. J., Fitzner, M. et al. 2016. Crystal nucleation in liquids: Open questions and future challenges in molecular dynamics simulations. *Chemical Reviews*, 116(12), pp. 7078–7116. DOI: <https://doi.org/10.1021/acs.chemrev.5b00744>.
- Vasileva, N., Grigorev-Golubev, V., Evgrafova, I. 2023. Mathematical programming in Mathcad and Mathematica. *E3S Web of Conferences*, 419. V International Scientific Forum on Computer and Energy Sciences (WFCEs 2023). Article number: 02007. DOI: <https://doi.org/10.1051/e3sconf/202341902007>.
- Wu, K.-J., Tse, E. C. M., Shang, C., Guo, Z. 2022. Nucleation and growth in solution synthesis of nanostructures – From fundamentals to advanced applications. *Progress in Materials Science*, 123. Article number: 100821. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.pmatsci.2021.100821>.

Сведения об авторах

Грибкова Вера Анатольевна – ул. Земляной Вал, 73, г. Москва, Россия, 109004; Московский государственный университет технологий и управления им. К. Г. Разумовского (Первый казачий университет), канд. техн. наук, доцент; e-mail: vera_gribkova@list.ru, ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-5079-8132>

Vera A. Gribkova – 73 Zemlyanoy Val Str., Moscow, 109004; Razumovsky Moscow State University of Technology and Management (First Cossack University), Cand. Sci. (Engineering), Associate Professor; e-mail: vera_gribkova@list.ru, ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-5079-8132>

Семенов Евгений Владимирович – ул. Земляной Вал, 73, г. Москва, Россия, 109004; Московский государственный университет технологий и управления им. К. Г. Разумовского (Первый казачий университет), д-р. техн. наук, профессор; e-mail: sem-post@mail.ru, ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-6203-1783>

Evgeniy V. Semenov – 73 Zemlyanoy Val Str., Moscow, 109004;
Razumovsky Moscow State University of Technology and Management (First Cossack University),
Dr Sci. (Engineering), Professor; e-mail: sem-post@mail.ru, ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-6203-1783>

Славянский Анатолий Анатольевич – ул. Земляной Вал, 73, г. Москва, Россия, 109004;
Московский государственный университет технологий и управления им. К. Г. Разумовского
(Первый казачий университет), д-р техн. наук, профессор; e-mail: mgutu-sahar@mail.ru,
ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-0262-8841>

Anatoly A. Slavyanskiy – 73 Zemlyanoy Val Str., Moscow, 109004; Razumovsky Moscow State University
of Technology and Management (First Cossack University), Dr Sci. (Engineering), Professor;
e-mail: mgutu-sahar@mail.ru, ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-0262-8841>

Митрошина Дарья Петровна – ул. Земляной Вал, 73, г. Москва, Россия, 109004;
Московский государственный университет технологий и управления им. К. Г. Разумовского
(Первый казачий университет), аспирант, ассистент; e-mail: d_mitr96@mail.ru,
ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-8724-3368>

Daria P. Mitroshina – 73 Zemlyanoy Val Str., Moscow, 109004; Razumovsky Moscow State University
of Technology and Management (First Cossack University), Ph.D. Student, Assistant;
e-mail: d_mitr96@mail.ru, ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-8724-3368>